ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 7

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần 1: Trắc nghiệm (5 điểm)

1.B	2.C	3.B	4.C	5.C	6.C	7.B	8.B	9.D	10.A
11.C	12.B	13.C	14.A	15.A	16.D	17.C	18.C	19.D	20.A
21.D	22.A	23.C	24.B	25.C					

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Mệnh đề là câu khẳng định có tính đúng hoặc sai.

Cách giải:

Câu (3) không phải là mệnh đề.

Chọn B.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức trung điểm: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.

Cách giải:

Vì M là trung điểm của BC nên

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AM}$

$\Rightarrow x = -1, y = 2.$

Vậy cặp số (x;y) cần tìm là (-1;2).

Chọn C.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Tính số HS thích học một trong hai môn.

Tính số HS thích học cả hai môn = Số HS thích môn Văn + số HS thích môn Toán – số HS thích một trong hai môn.

Cách giải:

Số học sinh thích môn Văn hoặc Toán là: 37 – 9 = 28 (bạn).

Số học sinh thích cả hai môn Văn và Toán là: (17 + 19) – 28 = 8 (bạn).

Chọn B.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Giải từng bất phương trình.

Lấy giao hai tập hợp nghiệm của hai bất phương trình.

Cách giải:

Giải từng bất phương trình:

$3x - 4 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \frac{4}{3} \Rightarrow S_1 = \left[\frac{4}{3}; +\infty\right).$

$\frac{x-1}{2} - x \ge -2 \Leftrightarrow x - 1 - 2x \ge -2x \Leftrightarrow x \ge 1 \Rightarrow S_2 = [1; +\infty)..$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cap S_2 = \left[\frac{4}{3}; +\infty\right).$

Chọn C.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào các điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm (2;0) vào bất phương trình ta có: $\begin{cases} 0+2-1>0 \\ 2 \geq 2 \\ -0+2.2>3 \end{cases}$ (đúng) nên điểm (0;2) thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Dựa vào các đáp án ta thấy chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 6 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC tính BC: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$.

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin A$.

Sử dụng công thức $S_{ABC} = \dfrac{AB.AC.BC}{4R}$, từ đó suy ra R.

Cách giải:

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A \\ &= 9^2 + 18^2 - 2.9.8.\cos 60^0 = 243 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow BC = 9\sqrt{3}$$

Khi đó ta có: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin A = \dfrac{1}{2}.9.18.\sin 60^0 = \dfrac{81\sqrt{3}}{2}$.

Mà $S_{ABC} = \dfrac{AB.AC.BC}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{AB.AC.BC}{4S_{ABC}} = \dfrac{9.18.9\sqrt{3}}{4.\dfrac{81\sqrt{3}}{2}} = 9$.

Chọn C.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có: $\dfrac{AB}{\sin C} = \dfrac{AC}{\sin B}$.

Cách giải:

Xét tam giác ABC ta có: C = 180^0 – (A + B) = 75^0.

Sử dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có: $\dfrac{AB}{\sin C} = \dfrac{AC}{\sin B}$.

$$\Rightarrow AC = \frac{AB}{\sin C}.\sin B = \frac{8}{\sin 75^0}.\sin 45^0 \approx 5,86.$$

Chọn B.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}
&\tan^2 x\sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x\\
&= \tan^2 x\left(\sin^2 x - 1\right) + \sin^2 x\\
&= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}.\left(-\cos^2 x\right) + \sin^2 x\\
&= -\sin^2 x + \sin^2 x = 0.
\end{aligned}$$

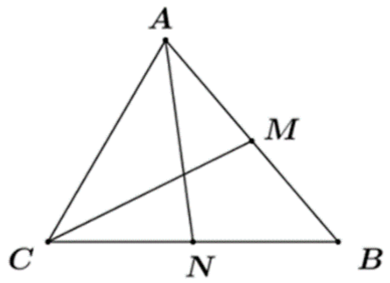
Chọn B.

Câu 9 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc ba điểm, phép nhân vectơ với một số.

Cách giải:



$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM} = 2\left(\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CM}\right)\\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CM}\\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{CM} + \left(\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right)\\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{CM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CM}\\
&\Leftrightarrow \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CM}\\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}
\end{aligned}$$

Chọn D.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Cho tam giác ABC trọng tâm G và điểm M bất kì, ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Cách giải:

Theo bài ra ta có:

$$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MG}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$$

=> M là trung điểm của GC.

Vậy M thuộc miền 1.

Chọn A.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

$\sqrt{f(x)}$ xác định khi $f(x)\ge 0$

$\dfrac{1}{g(x)}$ xác định khi $g(x)\ne 0$

Cách giải:

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{3-x}$ xác định khi $\begin{cases}2x+1\ge 0\\3-x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\x\ne 3\end{cases}$

Vậy tập xác định $D=\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\backslash\{3\}$

Chọn C.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng định lí Sin trong tam giác: $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$.

Cách giải:

Sử dụng định lí Sin trong tam giác ta có:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$
$$\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{b\sin A}{\sin B}\\ \sin c=\dfrac{c\sin A}{a}\\ a=2R\sin A\end{cases}$$

Suy ra A, C, D đúng.

Chọn B.

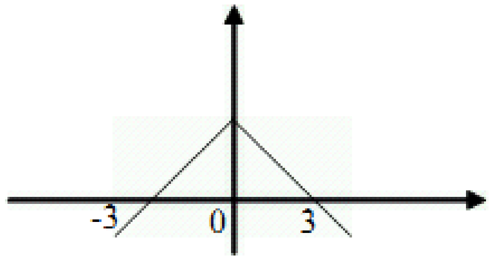
Câu 13 (NB):

Phương pháp:

Quan sát đồ thị và kết luận

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy



Đồ thị kéo dài qua điểm (-3;0) và (3;0) nên tập xác định $D \neq [-3;3]$ (loại B).

Trên (0;3): Đồ thị đi xuống từ trái qua phải => Hàm số nghịch biến trên (0;3) (loại A)

=> Hàm số nghịch biến trên (1;2) vì $(1;2) \subset (0;3)$.

Chọn C.

Câu 14 (TH):

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ có $a = -1, b = 2$.

Vì $a = -1 < 0$, nên loại C và D.

Hoành độ đỉnh $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{2}{2.(-1)} = 1$, tung độ đỉnh $y(1) = -1^2 + 2.1 - 1 = 0$.

Chọn A.

Câu 15 (NB):

Phương pháp:

$C_X Y = X \setminus Y = \{x \in X \text{ và } x \notin Y\}$.

Cách giải:

Ta có: $C_X Y = X \setminus Y = \{3;4\}$.

Chọn A.

Câu 16 (NB):

Phương pháp:

Quan sát đồ thị

Cách giải:

Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0;c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c<0$ (Loại A, B).

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\dfrac{b}{2a}<0$, mà $a>0 \Rightarrow b>0$ (Loại C).

Chọn D.

Câu 17 (TH):

Phương pháp:

Thay trực tiếp tọa độ các điểm ở các đáp án vào hệ bất phương trình.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm A(0;1) vào bất phương trình: $\begin{cases} 0+3.1-2\ge 0 \\ 2.0+1+1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\ge 0 \\ 2\le 0 \end{cases}$ (sai)

Thay tọa độ điểm C(1;3) vào bất phương trình: $\begin{cases} 1+3.3-2\ge 0 \\ 2.1+3+1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\ge 0 \\ 6\le 0 \end{cases}$ (sai)

Thay tọa độ điểm B(-1;1) vào bất phương trình: $\begin{cases} -1+3.1-2\ge 0 \\ 2(-1)+1+1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\ge 0 \\ 0\le 0 \end{cases}$ (đúng)

Thay tọa độ điểm D(-1;0) vào bất phương trình: $\begin{cases} -1+3.0-2\ge 0 \\ 2(-1)+0+1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\ge 0 \\ -1\le 0 \end{cases}$ (sai)

Vậy điểm B(-1;1) thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Chọn C.

Câu 18 (VD):

Cách giải:

Hàm số $y=x^2-4x+3$ có $a=1>0, b=-4 \Rightarrow -\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-4}{2.1}=2; y(2)=-1.$

$y(-1)=8; y(4)=3$

Ta có bảng biến thiên trên $[-1;4]$ là:

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	8 ↘	-1	↗ 3	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra:

Trên $[-1;4]$: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $8+(-1)=7$.

Chọn C.

Câu 19 (VD):

Phương pháp:

Chia cả tử và mẫu biểu thức P cho \cos \alpha và biểu diễn biểu thức P theo \tan \alpha .

Cách giải:

Vì $\tan\alpha = -2$ xác định nên $\cos\alpha \ne 0$.

Chia cả tử và mẫu của biểu thức P cho $\cos\alpha$ ta được:

$$P = \frac{2\sin\alpha + 3\cos\alpha}{3\sin\alpha - 2\cos\alpha} = \frac{2\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + 3}{3\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - 2}$$

$$= \frac{2\tan\alpha + 3}{3\tan\alpha - 2} = \frac{2.(-2)+3}{3.(-2)-2} = \frac{-1}{-8} = \frac{1}{8}.$$

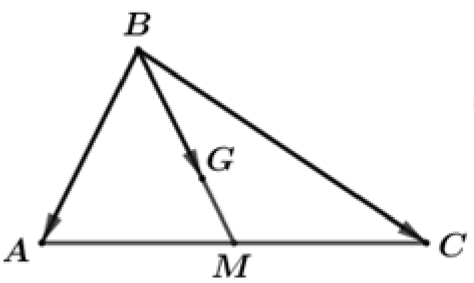
Chọn D.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vecto, quy tắc hình bình hành để biểu diễn véctơ.

Cách giải:



$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Mặt khác, $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$ nên ta có: $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

Vậy $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

Chọn A.

Câu 21 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng điều kiện để hai vecto cùng phương. Điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng.

Cách giải:

Theo lý thuyết, ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại k khác 0 sao cho $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.

Do vậy, khẳng định sai là: Ba điểm phân biệt A,B,C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.

Vì xảy ra trường hợp $k=0$, khi đó $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}=0.\overrightarrow{AC}=0$ (vô lý)

Chọn D.

Câu 22 (NB):

Phương pháp:

Dùng công thức diện tích $S=pr=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Cách giải:

$$S=pr=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$
$$\Rightarrow r=\frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p}=1,63$$

với $p=\dfrac{a+b+c}{2}=9$

Chọn A.

Câu 23 (VD):

Phương pháp:

Parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ có đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$ và cắt Oy tại (0;c).

Cách giải:

Ta có (P) cắt Oy tại điểm $M(0;-1)$ suy ra $y(0)=-1\Leftrightarrow c=-1$

Lại có: đỉnh $I(2;0)\Rightarrow\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=2\\ a.2^2+b.2+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-4a\\ 4a+2b-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{4}\\ b=1\end{cases}$

Vậy parabol đó là $(P): y=-\dfrac{1}{4}x^2+x-1$

Chọn C.

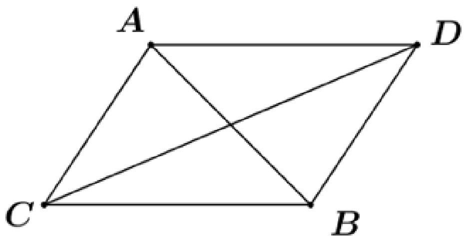
Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

Sử dụng: hai vectơ vuông góc với nhau thì tích vô hướng bằng 0.

Cách giải:



Lấy D sao cho ACBD là hình bình hành, khi đó ta có: $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CD}$.

Theo bài ra ta có: $\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right).\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CD}.\overrightarrow{AB}=0 \ \Rightarrow CD\perp AB$.

Hình bình hành ACBD có hai đường chéo vuông góc nên là hình thoi, do đó CA = CB.

Vậy tam giác ABC cân tại C.

Chọn B.

Câu 25 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ: $\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

Cách giải:

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AB\perp AC$.

Vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$.

Chọn C.

Phần 2: Tự luận (5 điểm)

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

a) Hàm số $y=ax^2+bx+c(a\ne 0)$ có đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$

b) Sự biến thiên:

$a>0$

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	$-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$	↗ $+\infty$

$a<0$

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$ ↗	$-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$	↘ $+\infty$

* Vẽ đồ thị

+ Đỉnh I$\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$

+ Trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$

+ Giao với các trục (nếu có)

+ Lấy các điểm thuộc đồ thị (đối xứng nhau qua trục đối xứng).

Cách giải:

a) Ta có: Parabol cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên $y(2) = 0 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 0$

Đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)$ nên $\begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{3}{2} \\ \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 a + \dfrac{3}{2}b + c = \dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b + 4c = 1 \end{cases}$

Kết hợp, ta được hệ $\begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b + 4c = 1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$

Vậy parabol đó là $y = -x^2 + 3x - 2$

b) Hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$ có $a = -1 < 0$ và đỉnh là $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\dfrac{3}{2}$	$+\infty$
y	$-\infty$ ↗	$\dfrac{1}{4}$	↘ $-\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;\dfrac{3}{2})$ và nghịch biến trên $(\dfrac{3}{2};+\infty)$

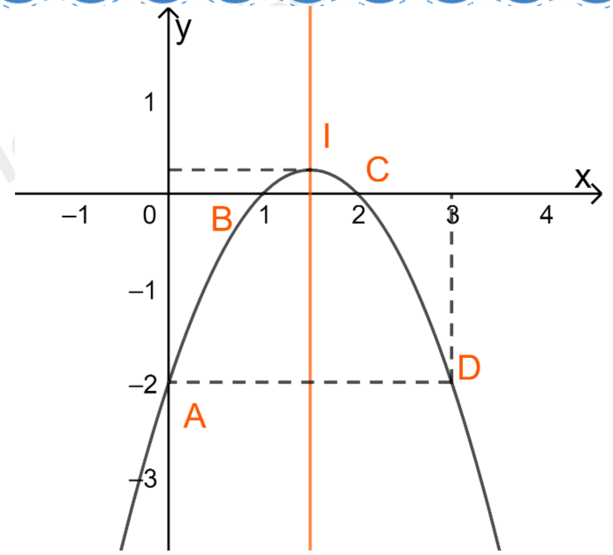
* Vẽ đồ thị hàm số

Đỉnh $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)$

Trục đối xứng $x = \dfrac{3}{2}$

Cắt trục tung tại A(0;-2) và cắt Ox tại B(1;0) và C(2;0)

Lấy D(3;-2) thuộc (P), đối xứng với A(0;-2) qua trục đối xứng.



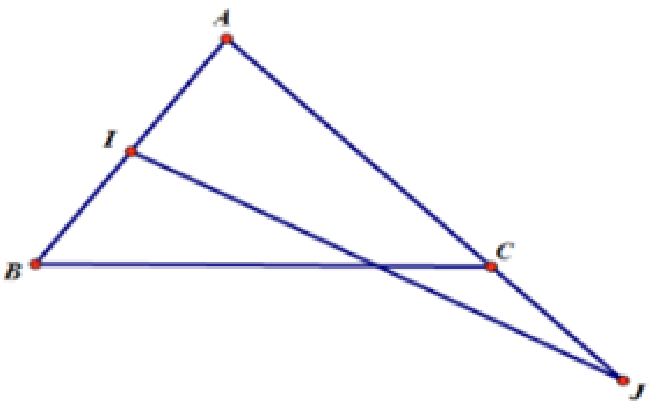
Câu 2 (VD):

Phương pháp:

Gọi I là trung điểm của AB, J là điểm nằm trên đường thẳng AC thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{JA}=3\overrightarrow{JC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{JA}-3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$

Đưa đẳng thức đã cho về dạng MI = MJ, sử dụng công thức trung điểm, quy tắc ba điểm. Từ đó suy ra tập hợp điểm M.

Cách giải:



Gọi I là trung điểm của AB, J là điểm nằm trên đường thẳng AC thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{JA}=3\overrightarrow{JC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{JA}-3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$

Khi đó ta có:

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MC}\right|$

$\Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right|=\left|\overrightarrow{MJ}+\overrightarrow{JA}-3\left(\overrightarrow{MJ}+\overrightarrow{JC}\right)\right|$

$\Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right|=\left|-2\overrightarrow{MJ}+\left(\overrightarrow{JA}-3\overrightarrow{JC}\right)\right|$

$\Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right|=\left|-2\overrightarrow{MJ}\right|$

$\Leftrightarrow MI = MJ$

Vậy tập hợp các điểm M là đường trung trực của IJ.

Câu 3 (VDC):

Phương pháp:

Sử dụng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$, bình phương hai vế, sử dụng khái niệm tích vô hướng của 2 vectơ.

Cách giải:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$$
$$\Rightarrow \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}\right)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + \overrightarrow{CA}^2 + 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AB} = 0$$
$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 2\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC}$$
$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 2ac\cos B + 2bc\cos A + 2ab\cos C$$
$$\Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc} = \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} \text{ (đcpm).}$$

Mặt khác, theo định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$\Leftrightarrow a^2 = 5a^2 - 2bc\cos A$$
$$\Leftrightarrow 2bc\cos A = 4a^2$$
$$\Leftrightarrow bc = \frac{2a^2}{\cos A} = \frac{2a^2}{\cos\alpha}$$

Vậy $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}\frac{2a^2}{2\cos\alpha}\sin\alpha = a^2\tan\alpha.$

Câu 4 (VD):

Cách giải:

Ta có: $DBA = 180^\circ - DBC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - 30^\circ - 140^\circ = 10^\circ$

Áp dụng định lí sin trong ΔADB ta có:

$$\frac{AB}{\sin D} = \frac{AD}{\sin B} \Leftrightarrow \frac{15}{\sin 10^\circ} = \frac{AD}{\sin 140^\circ}$$
$$\Rightarrow AD = \sin 140^\circ.\frac{15}{\sin 10^\circ}$$

Lại có: $CD = AD.\sin A = AD.\sin 30^\circ$

$$\Rightarrow CD = \sin 140^\circ.\frac{15}{\sin 10^\circ}.\sin 30^\circ \approx 27,76\,(m)$$

Vậy cây đó cao khoảng 27,76m.