ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 7

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Chân trời sáng tạo

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Chân trời sáng tạo.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần 1: Trắc nghiệm (6 điểm)

1.B	2.D	3.C	4.B	5.C	6.C	7.C	8.B	9.B	10.D
11.A	12.A	13.C	14.B	15.C	16.B	17.A	18.A	19.D	20.C
21.C	22.D	23.A	24.D	25.A	26.C	27.A	28.C	29.B	30.C

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Mệnh đề là câu khẳng định có tính đúng hoặc sai.

Cách giải:

Câu (3) không phải là mệnh đề.

Chọn B.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Tìm số quy tròn a của $\overline{a} = 8217,3$ đến hàng chục.

Tính sai số tuyệt đối $\Delta = \left|\overline{a} - a\right|$.

Cách giải:

Quy tròn $\overline{a} = 8217,3$ đến hàng chục ta được số gần đúng $a = 8220$.

Vậy sai số tuyệt đối là: $\Delta = \left|\overline{a} - a\right| = 2,7$.

Chọn D.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức trung điểm: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.

Cách giải:

Vì M là trung điểm của BC nên

$$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$$
$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AM}$$
$$\Rightarrow x=-1, y=2.$$

Vậy cặp số (x;y) cần tìm là (-1;2).

Chọn C.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Tính số HS thích học một trong hai môn.

Tính số HS thích học cả hai môn = Số HS thích môn Văn + số HS thích môn Toán – số HS thích một trong hai môn.

Cách giải:

Số học sinh thích môn Văn hoặc Toán là: 37 – 9 = 28 (bạn).

Số học sinh thích cả hai môn Văn và Toán là: (17 + 19) – 28 = 8 (bạn).

Chọn B.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

Giải từng bất phương trình.

Lấy giao hai tập hợp nghiệm của hai bất phương trình.

Cách giải:

Giải từng bất phương trình:

$$3x-4\ge 0\Leftrightarrow x\ge \frac{4}{3}\Rightarrow S_1=\left[\frac{4}{3};+\infty\right).$$

$$\frac{x-1}{2}-x\ge -2\Leftrightarrow x-1-2x\ge -2x\Leftrightarrow x\ge 1\Rightarrow S_2=\left[1;+\infty\right)..$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cap S_2 = \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Chọn C.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào các điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm (2;0) vào bất phương trình ta có: $\begin{cases} 0+2-1>0 \\ 2\geq 2 \\ -0+2.2>3 \end{cases}$ (đúng) nên điểm (0;2) thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Dựa vào các đáp án ta thấy chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 7 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC tính BC: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$.

Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A$.

Sử dụng công thức $S_{ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4R}$, từ đó suy ra R.

Cách giải:

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A \\ &= 9^2 + 18^2 - 2.9.8.\cos 60^0 = 243 \end{aligned}$$
$$\Rightarrow BC = 9\sqrt{3}$$

Khi đó ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}.9.18.\sin 60^0 = \frac{81\sqrt{3}}{2}$.

Mà $S_{ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB.AC.BC}{4S_{ABC}} = \frac{9.18.9\sqrt{3}}{4.\frac{81\sqrt{3}}{2}} = 9$.

Chọn C.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$.

Cách giải:

Xét tam giác ABC ta có: C = 180^0 – (A + B) = 75^0.

Sử dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$.

$\Rightarrow AC = \frac{AB}{\sin C}.\sin B = \frac{8}{\sin 75^0}.\sin 45^0 \approx 5,86.$

Chọn B.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}
&\tan^2 x\sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x \\
&= \tan^2 x\left(\sin^2 x - 1\right) + \sin^2 x \\
&= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}.\left(-\cos^2 x\right) + \sin^2 x \\
&= -\sin^2 x + \sin^2 x = 0.
\end{aligned}$$

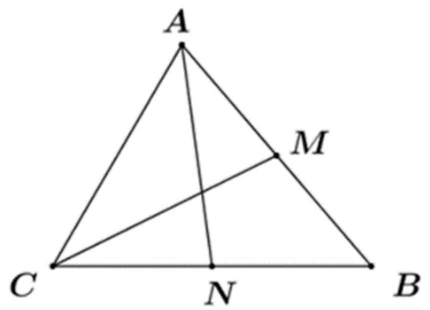
Chọn B.

Câu 10 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc ba điểm, phép nhân vectơ với một số.

Cách giải:



$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM} = 2\left(\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CM}\right) \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CM} \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{CM} + \left(\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right) \\
&\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{CM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CM} \\
&\Leftrightarrow \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CM}
\end{aligned}$$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$

Chọn D.

Câu 11 (VD):

Phương pháp:

Áp dụng công thức tìm độ lệch chuẩn.

Cách giải:

Bảng phân bố tần số:

Lớp	Tần số	Giá trị đại diện
$[40; 50)$	4	45
$[50; 60)$	6	55
$[60; 70)$	10	65
$[70; 80)$	6	75
$[80; 90)$	4	85
$[90; 100)$	2	95
Tổng	$N = 32$	

Điểm trung bình: $\overline{x} = \frac{45.4 + 55.6 + 65.10 + 75.6 + 85.4 + 95.2}{32} = 66,875$ (điểm)

Phương sai: $s^2 = \frac{1}{32}\left[4.(45 - 66,875)^2 + 6.(55 - 66,875)^2 + \ldots + 2.(95 - 66,875)^2\right] \approx 190,234$ (điểm)

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{190,234} \approx 13,793$ (điểm)

Chọn A.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Cho tam giác ABC trọng tâm G và điểm M bất kì, ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Cách giải:

Theo bài ra ta có:

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right) + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MG} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

=> M là trung điểm của GC.

Vậy M thuộc miền 1.

Chọn A.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

$\sqrt{f(x)}$ xác định khi $f(x) \ge 0$

$\frac{1}{g(x)}$ xác định khi $g(x) \ne 0$

Cách giải:

Hàm số $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{3-x}$ xác định khi $\begin{cases} 2x+1 \ge 0 \\ 3-x \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\frac{1}{2} \\ x \ne 3 \end{cases}$

Vậy tập xác định $D = \left[-\frac{1}{2};+\infty\right) \backslash \{3\}$

Chọn C.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng định lí Sin trong tam giác: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Cách giải:

Sử dụng định lí Sin trong tam giác ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b\sin A}{\sin B} \\ \sin c = \frac{c\sin A}{a} \\ a = 2R\sin A \end{cases}$$

Suy ra A, C, D đúng.

Chọn B.

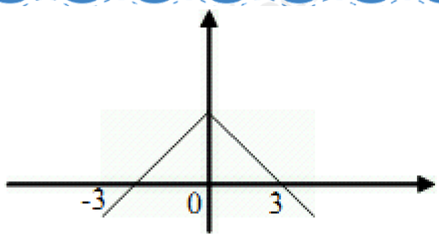
Câu 15 (NB):

Phương pháp:

Quan sát đồ thị và kết luận

Cách giải:

Quan sát đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ ta thấy



Đồ thị kéo dài qua điểm (-3;0) và (3;0) nên tập xác định $D \ne [-3;3]$ (loại B).

Trên (0;3): Đồ thị đi xuống từ trái qua phải => Hàm số nghịch biến trên (0;3) (loại A)

=> Hàm số nghịch biến trên (1;2) vì $(1;2) \subset (0;3)$.

Chọn C.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Đối với bảng phân bố tần số, phương sai được tính theo công thức:

$$s^2 = \frac{1}{N}\left[n_1(x_1 - \overline{x})^2 + n_2(x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_k(x_k - \overline{x})^2\right]$$

Với $n_i; f_i$ lần lượt là tần số, tần suất của giá trị x_i.

Cách giải:

Bảng phân số tần số:

Sản lượng (x)	20	21	22	23	24	Tổng
Tần số (n)	5	8	11	10	6	$N = 40$

*) Sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng là:

$$\overline{x} = \frac{20.5 + 21.8 + 22.11 + 23.10 + 24.6}{40} = 22{,}1(\text{tạ})$$

*) Phương sai:

$$s^2 = \frac{1}{40}\left[5.(20 - 22{,}1)^2 + 8.(21 - 22{,}1)^2 + 11.(22 - 22{,}1)^2 + 10.(23 - 22{,}1)^2 + 6.(24 - 22{,}1)^2\right] = 1{,}54 \ (\text{tạ})$$

Chọn B.

Câu 17 (TH):

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ có $a = -1, b = 2$

Vì $a = -1 < 0$, nên loại C và D.

Hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2.(-1)} = 1$, tung độ đỉnh $y(1) = -1^2 + 2.1 - 1 = 0$

Chọn A.

Câu 18 (NB):

Phương pháp:

$C_X Y = X \setminus Y = \{x \in X$ và $x \notin Y\}$.

Cách giải:

Ta có: $C_X Y = X \setminus Y = \{3;4\}$.

Chọn A.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

Quan sát đồ thị

Cách giải:

Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0;c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c < 0$ (Loại A, B).

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\dfrac{b}{2a} < 0$, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$ (Loại C).

Chọn D.

Câu 20 (TH):

Phương pháp:

Thay trực tiếp tọa độ các điểm ở các đáp án vào hệ bất phương trình.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm A(0;1) vào bất phương trình: $\begin{cases} 0+3.1-2 \ge 0 \\ 2.0+1+1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \ge 0 \\ 2 \le 0 \end{cases}$ (sai)

Thay tọa độ điểm C(1;3) vào bất phương trình: $\begin{cases} 1+3.3-2 \ge 0 \\ 2.1+3+1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 \ge 0 \\ 6 \le 0 \end{cases}$ (sai)

Thay tọa độ điểm B(-1;1) vào bất phương trình: $\begin{cases} -1+3.1-2 \ge 0 \\ 2(-1)+1+1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \ge 0 \\ 0 \le 0 \end{cases}$ (đúng)

Thay tọa độ điểm D(-1;0) vào bất phương trình: $\begin{cases} -1+3.0-2 \ge 0 \\ 2(-1)+0+1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \ge 0 \\ -1 \le 0 \end{cases}$ (sai)

Vậy điểm B(-1;1) thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Chọn C.

Câu 21 (VD):

Cách giải:

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0, b = -4 \Rightarrow -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-4}{2.1} = 2; y(2) = -1$.

$y(-1)=8; y(4)=3$

Ta có bảng biến thiên trên $[-1;4]$ là:

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	8	-1	3	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra:

Trên $[-1;4]$: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $8+(-1)=7$.

Chọn C.

Câu 22 (VD):

Phương pháp:

Chia cả tử và mẫu biểu thức P cho \cos \alpha và biểu diễn biểu thức P theo \tan \alpha .

Cách giải:

Vì $\tan\alpha=-2$ xác định nên $\cos\alpha\neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của biểu thức P cho $\cos\alpha$ ta được:

$$P=\frac{2\sin\alpha+3\cos\alpha}{3\sin\alpha-2\cos\alpha}=\frac{2\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+3}{3\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-2}$$

$$=\frac{2\tan\alpha+3}{3\tan\alpha-2}=\frac{2.(-2)+3}{3.(-2)-2}=\frac{-1}{-8}=\frac{1}{8}.$$

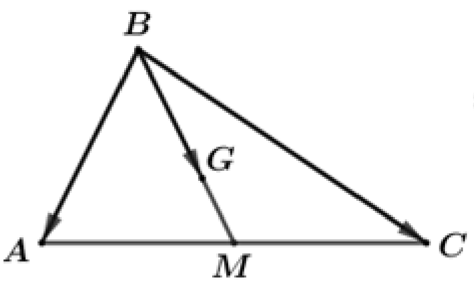
Chọn D.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng quy tắc cộng vecto, quy tắc hình bình hành để biểu diễn véctơ.

Cách giải:



$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Mặt khác, $\overrightarrow{BA}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ nên ta có: $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

Vậy $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$.

Chọn A.

Câu 24 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng điều kiện để hai vecto cùng phương. Điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng.

Cách giải:

Theo lý thuyết, ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại k khác 0 sao cho $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.

Do vậy, khẳng định sai là: Ba điểm phân biệt A,B,C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.

Vì xảy ra trường hợp $k=0$, khi đó $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}=0.\overrightarrow{AC}=0$ (vô lý)

Chọn D.

Câu 25 (NB):

Phương pháp:

Dùng công thức diện tích $S=pr=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Cách giải:

$S=pr=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$\Rightarrow r=\frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p}=1,63$

với $p=\frac{a+b+c}{2}=9$

Chọn A.

Câu 26 (TH):

Phương pháp:

Tính sai số tương đối $\delta_a=\frac{\Delta_a}{|a|}\le\frac{d}{|a|}$ trong mỗi đáp án. Sai số tương đối càng nhỏ thì kết quả đo được càng chính xác.

Cách giải:

Đáp án A: $\delta_a \le \frac{0,01}{15,34} = 0,00065189...$

Đáp án B: $\delta_b \le \frac{0,2}{127,4} = 0,00156985...$

Đáp án C: $\delta_c \le \frac{0,5}{2135,8} = 0,00023410...$

Đáp án D: $\delta_d \le \frac{0,15}{63,47} = 0,00236332...$

Ta thấy δ_c là nhỏ nhất trong các số trên. Vậy phép đo trong ý C có kết quả chính xác nhât.

Chọn C.

Câu 27 (TH):

Phương pháp:

Khoảng tứ phân vị, kí hiệu là Δ_Q, là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$

Cách giải:

Cỡ mẫu là n = 10 chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{1}{2}(2+2) = 2$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu 1 1 1 2 2 . Do đó $Q_1 = 1$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu 2 3 3 4 20. Do đó $Q_3 = 3$.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3 - 1 = 2$.

Chọn A.

Câu 28 (VD):

Phương pháp:

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ và cắt Oy tại (0;c).

Cách giải:

Ta có (P) cắt Oy tại điểm $M(0;-1)$ suy ra $y(0) = -1 \Leftrightarrow c = -1$

Lại có: đỉnh $I(2;0) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a.2^2 + b.2 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 1 \end{cases}$

Vậy parabol đó là $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$

Chọn C.

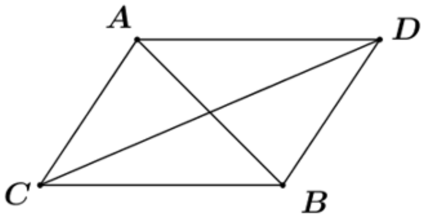
Câu 29 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc hình bình hành.

Sử dụng: hai vectơ vuông góc với nhau thì tích vô hướng bằng 0.

Cách giải:



Lấy D sao cho ACBD là hình bình hành, khi đó ta có: $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CD}$.

Theo bài ra ta có: $\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right).\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CD}.\overrightarrow{AB}=0 \;\; \Rightarrow CD\perp AB$.

Hình bình hành ACBD có hai đường chéo vuông góc nên là hình thoi, do đó CA = CB.

Vậy tam giác ABC cân tại C.

Chọn B.

Câu 30 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ: $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

Cách giải:

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AB\perp AC$.

Vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$.

Chọn C.

Phần 2: Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

a) Hàm số $y=ax^2+bx+c(a\ne 0)$ có đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$

b) Sự biến thiên

$a>0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

$a<0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$	$\searrow$	$+\infty$

* Vẽ đồ thị

+ Đỉnh I$\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$

+ Trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}$

+ Giao với các trục (nếu có)

+ Lấy các điểm thuộc đồ thị (đối xứng nhau qua trục đối xứng).

Cách giải:

a) Ta có: Parabol cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên $y(2)=0\Leftrightarrow 4a+2b+c=0$

Đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)$ nên $\begin{cases}\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{3}{2}\\ \left(\dfrac{3}{2}\right)^2a+\dfrac{3}{2}b+c=\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a+b=0\\9a+6b+4c=1\end{cases}$

Kết hợp, ta được hệ $\begin{cases}3a+b=0\\9a+6b+4c=1\\4a+2b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=3\\c=-2\end{cases}$

Vậy parabol đó là $y=-x^2+3x-2$

b) Hàm số $y=-x^2+3x-2$ có $a=-1<0$ và đỉnh là $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\dfrac{3}{2}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{1}{4}$	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;\dfrac{3}{2})$ và nghịch biến trên $(\dfrac{3}{2};+\infty)$

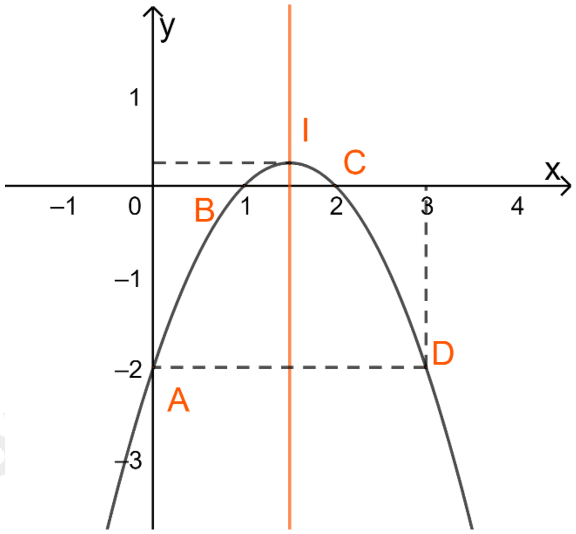
* Vẽ đồ thị hàm số

Đỉnh $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{4}\right)$

Trục đối xứng $x=\frac{3}{2}$

Cắt trục tung tại A(0;-2) và cắt Ox tại B(1;0) và C(2;0)

Lấy D(3;-2) thuộc (P), đối xứng với A(0;-2) qua trục đối xứng



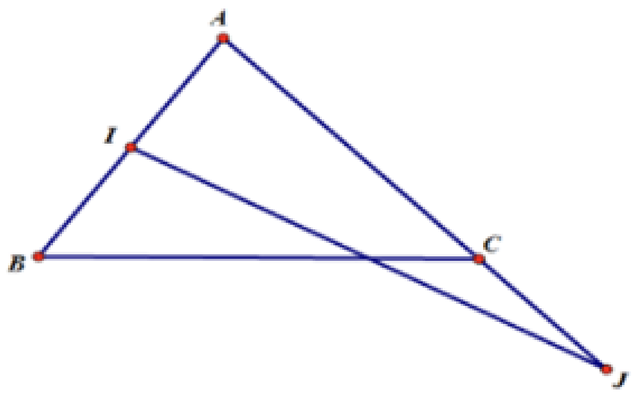
Câu 2 (VD):

Phương pháp:

Gọi I là trung điểm của AB, J là điểm nằm trên đường thẳng AC thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{JA}=3\overrightarrow{JC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{JA}-3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$

Đưa đẳng thức đã cho về dạng MI = MJ, sử dụng công thức trung điểm, quy tắc ba điểm. Từ đó suy ra tập hợp điểm M.

Cách giải:



Gọi I là trung điểm của AB, J là điểm nằm trên đường thẳng AC thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{JA}=3\overrightarrow{JC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{JA}-3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$

Khi đó ta có:

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MC}\right|$

$\Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right| = \left|\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{JA} - 3\left(\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{JC}\right)\right|$

$\Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right| = \left|-2\overrightarrow{MJ} + \left(\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JC}\right)\right|$

$\Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right| = \left|-2\overrightarrow{MJ}\right|$

$\Leftrightarrow MI = MJ$

Vậy tập hợp các điểm M là đường trung trực của IJ.

Câu 3 (VDC):

Phương pháp:

Sử dụng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$, bình phương hai vế, sử dụng khái niệm tích vô hướng của 2 vectơ.

Cách giải:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$$
$$\Rightarrow \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}\right)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + \overrightarrow{CA}^2 + 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AB} = 0$$
$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 2\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC}$$
$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 2ac\cos B + 2bc\cos A + 2ab\cos C$$
$$\Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc} = \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c}\,(dpcm).$$

Mặt khác, theo định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$\Leftrightarrow a^2 = 5a^2 - 2bc\cos A$$
$$\Leftrightarrow 2bc\cos A = 4a^2$$
$$\Leftrightarrow bc = \frac{2a^2}{\cos A} = \frac{2a^2}{\cos\alpha}$$

Vậy $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}\frac{2a^2}{2\cos\alpha}\sin\alpha = a^2\tan\alpha.$