ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 8

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

Phần 1: Trắc nghiệm (5 điểm)

Câu 1: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

a) Hãy đi nhanh lên!

b) Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.

c) 5 + 7 + 4 = 15

d) Năm 2018 là năm nhuận.

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

Câu 2: Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$ bằng:

A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $a\sqrt{5}$

Câu 3: Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. MABC là hình bình hành.

B. $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BM}$

D. $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BC}$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $AB=\sqrt{5}, AC=\sqrt{2}$ và $\angle C=45^0$. Tính độ dài cạnh BC.

A. 3
B. 2
C. $\sqrt{3}$
D. $\sqrt{2}$

Câu 5: Cặp số (x;y) nào là sau đây là một nghiệm của bất phương trình $x-2y+5>0$.

A. (x;y) = (0;4).
B. (x;y) = (2;5).
C. (x;y) = (2;3).
D. (x;y) = (1;4).

Câu 6: Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. MABC là hình bình hành.
B. $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$
C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BM}$
D. $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BC}$

Câu 7: Tam giác ABC có $\angle A=45^0, c=6, \angle B=75^0$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác bằng:

A. $8\sqrt{3}$
B. $2\sqrt{3}$
C. $6\sqrt{3}$
D. $4\sqrt{3}$

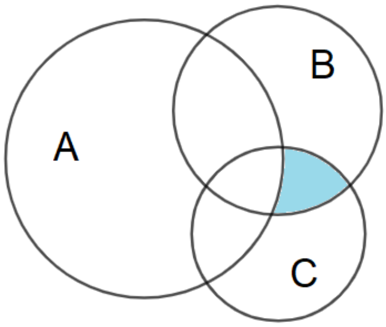
Câu 8: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x-1} & x\in(-\infty;0) \\ \sqrt{x+1} & x\in[0;2] \\ x^2-1 & x\in(2;5] \end{cases}$. Tính $f(4)$.

A. $f(4)=\dfrac{2}{3}$.
B. $f(4)=15$.
C. $f(4)=\sqrt{5}$.
D. Không tính được

Câu 9: Cho hai tập hợp: $A=\{x\in\mathbb{R} \mid x^2-7x+6=0\}$ và $B=\{x\in\mathbb{R} \mid |x|>4\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A\cup B=A$
B. $A\cap B=A\cup B$
C. $(A\setminus B)\subset A$
D. $B\setminus A=\varnothing$

Câu 10: Cho các tập hợp A, B, C được minh họa bằng biểu đồ Ven như hình vẽ. Phần tô màu xám trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?



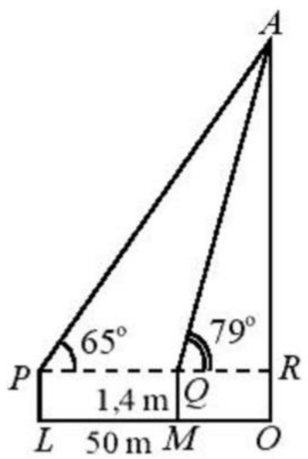
A. $A\cap B\cap C.$

B. $(A\setminus C)\cup(A\setminus B).$

C. $(B\cup C)\setminus A.$

D. $(B\cap C)\setminus A.$

Câu 11: Để xác định chiều cao của một toà nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M, sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\angle RQA = 79^0$, người đó lùi ra xa một khoảng cách LM = 50 m thì nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\angle RPA = 65^0$. Hãy tính chiều cao của toà nhà (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất), biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của giác kế đó là PL = QM = 1,4m.



A. 135,8m

B. 183,5m

C. 158,3m

D. 185,3m

Câu 12: Tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}.$

B. $D=\mathbb{R}.$

C. $D=(1;+\infty).$

D. $D=[1;+\infty).$

Câu 13: Cho hàm số $y=-x^2+4x+1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Trên khoảng $(-\infty;1)$ hàm số đồng biến.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Trên khoảng $(3;+\infty)$ hàm số nghịch biến.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

Câu 14: Cho $\cos\alpha = \frac{1}{4}$. Giá trị của $P = \frac{\tan\alpha + 2\cot\alpha}{2\tan\alpha + 3\cot\alpha}$ là:

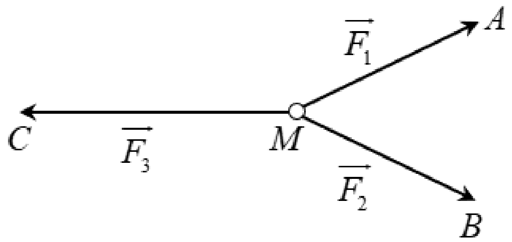
A. $-\frac{17}{33}$

B. $\frac{17}{33}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{16}{33}$

Câu 15: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng 50N và góc $AMB =$ {60^^° }. Khi đó cường độ lực $\overrightarrow{F_1}$ của là



A. $100\sqrt{3}N$

B. $25\sqrt{3}N$

C. $50\sqrt{3}N$

D. $50\sqrt{2}N$

Câu 16: Cho ba véctơ bất kì $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}| \ge |\vec{u}|+|\vec{v}|+|\vec{w}|$

B. $|\vec{u}+\vec{v}| \le |\vec{u}|+|\vec{v}|$

C. $|\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}| \ge |\vec{u}|-|\vec{v}|+|\vec{w}|$

D. $|\vec{u}+\vec{v}| \le |\vec{u}|-|\vec{v}|$

Câu 17: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c\,(a \ne 0)$ có đồ thị. Biết đồ thị của hàm số có đỉnh $I(1;1)$ và đi qua điểm $A(2;3)$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$

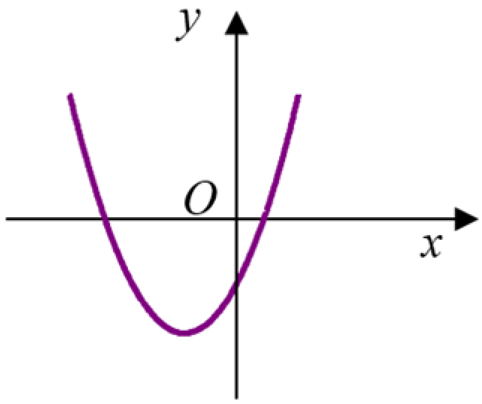
A. 3.

B. 4.

C. 29.

D. 1.

Câu 18: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như sau thì dấu các hệ số của nó là



A. $a > 0; b > 0; c > 0$.
B. $a > 0; b < 0; c < 0$.
C. $a > 0; b < 0; c > 0$.
D. $a > 0; b > 0; c < 0$.

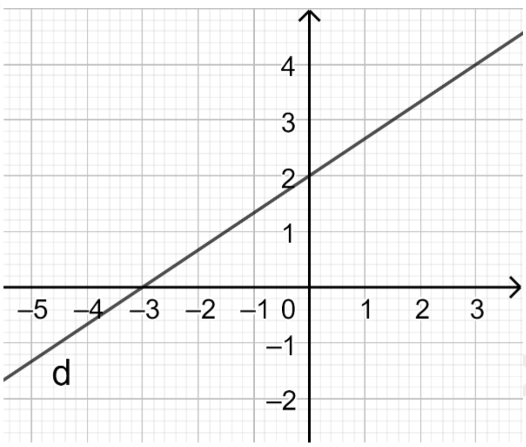
Câu 19: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có AB = 6. Giá trị của $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ bằng

A. 0.
B. 36.
C. -36.
D. $36\sqrt{2}$.

Câu 20: Trong đợt hội diễn văn nghệ chào mừng 20/11, lớp 10A đăng kí hai tiết mục là múa và diễn kịch. Trong danh sách, có 9 học sinh tham gia tiết mục múa, 13 học sinh tham gia diễn kịch; trong đó có 4 học sinh tham gia cả tiết mục múa và diễn kịch. Hỏi lớp 10A có tất cả bao nhiêu học sinh tham gia hội diễn văn nghệ?

A. 15.
B. 18.
C. 21.
D. 26.

Câu 21: Đường thẳng $2x - 3y + 6 = 0$ chia mặt phẳng tọa độ thành các miền như hình vẽ. Miền nghiệm của $2x - 3y + 6 \geq 0$ là:



A. Nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc tọa độ O và có lấy đường thẳng d.

B. Nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc tọa độ O và có lấy đường thẳng d.

C. Nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ O và không lấy đường thẳng d.

D. Nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ O và không lấy đường thẳng d.

Câu 22: Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+2y > -3 \\ 3x-y<5 \\ y-1>0 \end{cases}$.

A. $(-2;-1)$

B. $(2;0)$

C. $(3;2)$

D. $(0,2)$

Câu 23: Giá trị của biểu thức $B=\cos 0^0+\cos 20^0+\cos 40^0+...+\cos 160^0+\cos 180^0$ là

A. 0

B. 1

C. -1

D. $\frac{1}{2}$

Câu 24: Cho tam giác đều ABC có độ dài các cạnh bằng 6 và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{BM}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Tích vô hướng $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA}$ bằng

A. 6

B. $-6\sqrt{3}$.

C. $6\sqrt{3}$.

D. -6.

Câu 25: Khẳng định nào dưới đây đúng về hàm số $y=-3x^2+x+2$?

A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{12}$ tại $x=\frac{1}{6}$

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{12}$ tại $x=-\frac{1}{6}$

C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{3}$

D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 tại $x=\frac{1}{3}$.

Phần 2: Tự luận (5 điểm)

Câu 1: Cho tam giác ABC.

a) Tìm điểm K sao cho $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{CB}$.

b) Tìm điểm M sao cho $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Câu 2: Cho $(P): y=ax^2+bx+c$ đi qua ba điểm $A(1;4)$ và có đỉnh là $I(2;5)$. Tìm parabol và xét sự biến thiên của hàm số đó.

Câu 3: Chứng minh rằng với mọi tam giác ABC ta có:

a) $\cot A+\cot B+\cot C=\dfrac{a^2+b^2+c^2}{abc}R$.

b) $\sin\dfrac{A}{2}=\sqrt{\dfrac{(p-b)(p-c)}{bc}}$.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần 1: Trắc nghiệm (5 điểm)

1.C	2.D	3.A	4.A	5.C	6.A	7.B	8.B	9.C	10.D
11.D	12.C	13.D	14.B	15.C	16.A	17.C	18.D	19.B	20.B
21.A	22.D	23.A	24.B	25.A					

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Mệnh đề là những khẳng định có tính đúng hoặc sai.

Cách giải:

Câu a) là câu cảm thán không phải là mệnh đề.

Các câu b, c, d là mệnh đề => Có 3 mệnh đề.

Chọn C.

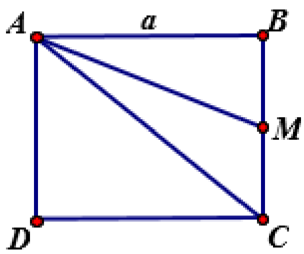
Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Gọi M là trung điểm BC.

Sử dụng tính chất trung điểm.

Cách giải:



Gọi M là trung điểm BC.

Ta có: $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|2\overrightarrow{AM}\right|=2AM=2\sqrt{AB^2+BM^2}=2\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=a\sqrt{5}$.

Chọn D.

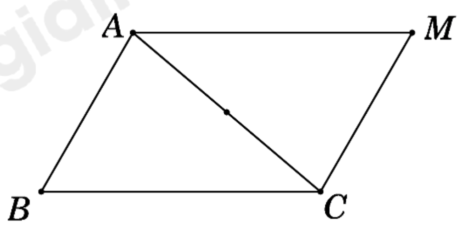
Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Biến đổi $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ về hai vecto bằng nhau.

Xác định vị trí điểm M dựa vào điều kiện vừa tìm được.

Cách giải:



Ta có $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow$ MABC là hình bình hành.

Chọn A.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Sử dụng định lí cosin trong tam giác tại đỉnh C: $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

Cách giải:

Ta có: $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

$\Rightarrow AB^2=BC^2+AC^2-2BC.AC.\cos C$

$\Rightarrow 5=BC^2+2-2.BC.\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow BC^2-2BC-3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} BC=3(tm) \\ BC=-1(ktm) \end{array}\right.$

Vậy BC = 3.

Chọn A.

Câu 5 (NB):

Phương pháp:

Cặp số nào thỏa mãn bất phương trình là nghiệm của bất phương trình.

Cách giải:

Thay cặp số (x;y) = (0;4) vào bất phương trình: 0 – 2.4 + 5 > 0 => Sai.

Thay cặp số (x;y) = (2;5) vào bất phương trình: 2 – 2. 5 + 5 > 0 => Sai.

Thay cặp số (x;y) = (2;3) vào bất phương trình: 2 – 2.3 + 5 > 0 => Đúng.

Thay cặp số (x;y) = (1;4) vào bất phương trình: 1 – 2.4 + 5 > 0 => Sai.

Chọn C.

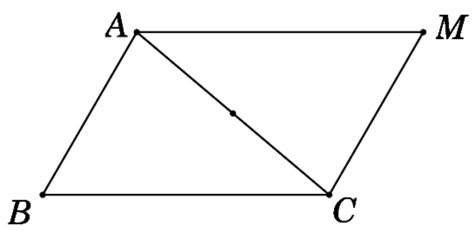
Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Biến đổi $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ về hai vectơ bằng nhau.

Xác định vị trí điểm M dựa vào điều kiện vừa tìm được.

Cách giải:



Ta có $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow$ MABC là hình bình hành.

Chọn A.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Tính $\angle C=180^0-(\angle A+\angle B)$.

Sử dụng định lí sin: $\dfrac{c}{\sin C}=2R$.

Cách giải:

Ta có: $\angle C=180^0-(\angle A+\angle B)=60^0$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\dfrac{c}{\sin C}=2R\Rightarrow R=\dfrac{c}{2\sin C}=\dfrac{6}{2\sin 60^0}=2\sqrt{3}$.

Chọn B.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

Thay giá trị x = 4 vào hàm số có công thức tương ứng.

Cách giải:

Ta có: $4\in(2;5]$ nên $f(4)=4^2-1=15$.

Chọn B.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Giải phương trình, bất phương trình.

Xác định tập hợp A, B bằng phương pháp liệt kê phần tử, đưa về cách viết khoảng, nửa khoảng.

Xác định $A\cap B$; $A\cup B$; $A\backslash B$; $B\backslash A$.

Cách giải:

*) $x^2-7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-6=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=6 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

$\Rightarrow A=\{1;6\}$

*) $|x|>4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-4 \\ x>4 \end{array}\right. \Rightarrow x\in(-\infty;\,-4)\cup(4;\,+\infty)$

$\Rightarrow B=(-\infty;\,-4)\cup(4;\,+\infty)$

Ta có:

$A\cup B=(-\infty;\,-4)\cup\{1\}\cup(4;\,+\infty)$, $A\cap B=\{6\}$

$B\setminus A=(-\infty;\,-4)\cup(4;6)\cup(6;+\infty)$, $A\setminus B=\{1\}$.

Vậy đáp án đúng là: $(A\setminus B)\subset A$.

Chọn C.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm các phép toán trên tập hợp.

Cách giải:

Dễ thấy phần tô màu không thuộc A nên loại đáp án A, B.

Phần tô màu trong hình vẽ biểu diễn cho tập hợp $(B\cap C)\setminus A$.

Chọn D.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Tính PR và QR theo h = AR và $\tan\alpha=\tan 65^0, \tan\beta=\tan 79^0$.

Sử dụng d = PQ = PR – QR, tính d.

Tính chiều cao tòa nhà bằng d + RO.

Cách giải:

Đặt d = PQ = LM = 50m, h = AR là chiều cao từ giác kế đến đỉnh tòa nhà.

Ta có: $\angle APR=\alpha=65^0, \angle AQR=\beta=79^0$.

Gọi $d_1=PR=\dfrac{h}{\tan\alpha}, d_2=QR=\dfrac{h}{\tan\beta}$, ta có:

$$d = d_1 - d_2 = \frac{h}{\tan\alpha} - \frac{h}{\tan\beta} = h\left(\frac{1}{\tan\alpha} - \frac{1}{\tan\beta}\right)$$

$$\Rightarrow h = \frac{d}{\frac{1}{\tan\alpha} - \frac{1}{\tan\beta}} = \frac{50}{\frac{1}{\tan 65^0} - \frac{1}{\tan 79^0}} \approx 183,9(m)$$

Vậy chiều cao của tòa nhà là AR + RO $\approx 183,9 + 1,4 = 185,3(m)$.

Chọn D.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Dùng công thức $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ để tính cos x

Cách giải:

Hàm số $y = \frac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$ xác định khi $\begin{cases} \sqrt{2x-2} \neq 0 \\ 2x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

Vậy tập xác định $D = (1; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 13 (TH):

Phương pháp:

Lập bảng biến thiên, suy ra các khoản đồng biến nghịch biến.

Cách giải:

Hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$ có $a = -1, b = 4$

Đỉnh của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = 2, y_I = -2^2 + 4.2 + 1 = 5.$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra khẳng định **D** sai.

Chọn D.

Câu 14 (TH):

Phương pháp:

Tìm $\sin^2\alpha$ dựa vào đẳng thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Chia cả tử và mẫu của P cho $\sin\alpha$, tính P theo $\cos\alpha$ và $\sin^2\alpha$.

Cách giải:

Chia cả tử và mẫu cho $\sin\alpha \neq 0$ ta được:

$$P = \frac{\tan\alpha + 2\cot\alpha}{2\tan\alpha + 3\cot\alpha}$$

$$P = \frac{\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{2\cos\alpha}{\sin^2\alpha}}{\frac{2}{\cos\alpha} + \frac{3\cos\alpha}{\sin^2\alpha}}$$

Ta có:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2\alpha + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2\alpha = \frac{15}{16}$$

Khi đó: $P = \dfrac{\frac{1}{\frac{1}{4}} + \frac{2.\frac{1}{4}}{\frac{15}{16}}}{\frac{2}{\frac{1}{4}} + \frac{3.\frac{1}{4}}{\frac{15}{16}}} = \dfrac{\frac{68}{15}}{\frac{44}{5}} = \dfrac{17}{33}$.

Chọn B.

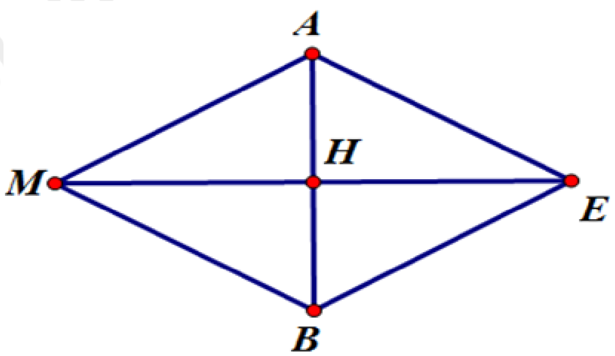
Câu 15 (TH):

Phương pháp:

Vì vật đứng yên nên $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0}$.

Xác định $\left|\overrightarrow{F_3}\right| = \left|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}\right|$, dựa vào tam giác MAB đều.

Cách giải:



Ta có tam giác MAB đều.

Do vật đứng yên nên ta có: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{F_3} = -(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}) \Rightarrow \left|\overrightarrow{F_3}\right| = \left|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}\right|$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{F_3}\right| = \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{ME}\right| = 2MH = 2.50\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$ (với MAEB là hình bình hành tâm H).

Chọn C.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$ suy ra $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Xét các trường hợp A, B, C thẳng hàng; A, B, C không thẳng hàng.

Ngoài ra, có thể chỉ ra các đáp án sai bằng cách chỉ ra một trường hợp mà mệnh đề đó không đúng.

Cách giải:

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$ khi đó ta có $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Nếu A,B,C thẳng hàng và B nằm giữa A,C thì $\left|\vec{u} + \vec{v}\right| = \left|\vec{u}\right| + \left|\vec{v}\right|$

Nếu A,B,C thẳng hàng và B không nằm giữa A,C thì $\left|\vec{u} + \vec{v}\right| < \left|\vec{u}\right| + \left|\vec{v}\right|$

Nếu A,B,C không thẳng hàng thì trong tam giác ABC có $AB + BC > AC$. Suy ra $\left|\vec{u} + \vec{v}\right| < \left|\vec{u}\right| + \left|\vec{v}\right|$

Do đó $\left|\vec{u} + \vec{v}\right| \le \left|\vec{u}\right| + \left|\vec{v}\right|$

Từ đó suy ra, đáp án B đúng

Đáp án A, C sai vì chọn $\vec{v} = \vec{0}$ thì có $\left|\vec{u} + \vec{w}\right| \ge \left|\vec{u}\right| + \left|\vec{w}\right|$ (sai theo chứng minh ở trên).

Đáp án D sai vì chọn $\vec{u} = \vec{0}$ và $\vec{v} \ne \vec{0}$ thì có $\left|\vec{v}\right| \le -\left|\vec{v}\right| \Rightarrow$ vô lý vì độ dài véctơ khác vectơ-không là một số dương.

Chọn A.

Câu 17 (VD):

Cách giải:

Hàm số có hoành độ đỉnh $x_I = -\dfrac{b}{2a} = 1$, tung độ đỉnh $y_I = a.1^2 + b.1 + c = 1$

Điểm $A(2;3)$ thuộc đồ thị nên $a.2^2 + b.2 + c = 3$ hay $4a + 2b + c = 3$

Từ đó ta có hệ $\begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ -\dfrac{b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$

Suy ra $S = a^2 + b^2 + c^2 = 29$

Chọn C.

Câu 18 (TH):

Cách giải:

Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên $\Rightarrow a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$. Loại A, C.

Đồ thị hàm số có trục đối xứng bên trái Oy: $\Rightarrow -\dfrac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$. Loại B.

Chọn D.

Câu 19 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = BA.BC.\cos\angle\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$.

Cách giải:

Vì ABC là tam giác vuông cân tại A nên $BC = AB\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ và $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right) = \angle ABC = 45^0$.

Vậy $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = BA.BC.\cos\angle\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$

$= 6.6\sqrt{2}.\cos 45^0 = 6.6\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 36.$

Chọn B.

Câu 20 (VD):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $n\left(A\cup B\right) = n\left(A\right) + n\left(B\right) - n\left(A\cap B\right)$.

Cách giải:

Gọi A là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục múa $\Rightarrow n\left(A\right) = 9$.

B là tập hợp các bạn đăng kí tiết mục diễn kịch $\Rightarrow n\left(B\right) = 13$.

$\Rightarrow A\cap B$: tập hợp các bạn đăng kí cả 2 tiết mục múa và diễn kịch $\Rightarrow n\left(A\cap B\right) = 4$.

$A\cup B$: tập hợp các bạn tham gia ít nhất 1 tiết mục.

Ta có: $n\left(A\cup B\right) = n\left(A\right) + n\left(B\right) - n\left(A\cap B\right)$

$\Rightarrow$ Số học sinh lớp 10A tham gia văn nghệ là: $n\left(A\cup B\right) = 9 + 13 - 4 = 18$.

Chọn B.

Câu 21 (NB):

Phương pháp:

Xét điểm gốc tọa độ để xác định miền nghiệm của bất phương trình.

Cách giải:

Thay $x=0, y=0$ vào BPT $2x-3y+6\geq 0$ ta được: $2.0-3.0+6\geq 0$ (đúng)

Nên O(0,0) thuộc miền nghiệm nên

Miền nghiệm nửa mặt phẳng có bờ là d chứa gốc tọa độ O và có lấy đường thẳng d

Chọn A.

Câu 22 (NB):

Phương pháp:

Vẽ đồ thị hoặc thử các đáp án

Cách giải:

Xét hệ bất phương trình $\begin{cases} x+2y>-3 & (1) \\ 3x-y<5 & (2) \\ y-1>0 & (3) \end{cases}$.

$(-2;-1)$ không thỏa mãn BPT (3)

$(2;0)$ không thỏa mãn BPT (3)

$(3;2)$ không thỏa mãn BPT (2)

$(0,2)$ thỏa mãn cả 3 BPT nên là nghiệm của hệ.

Chọn D.

Câu 23 (TH):

Phương pháp:

Nhóm thích hợp, sử dụng mối quan hệ giá trị lượng giác của hai góc bù nhau: $\cos\left(180^0-\alpha\right)=-\cos\alpha$.

Cách giải:

$$B=\cos 0^0+\cos 20^0+\cos 40^0+...+\cos 160^0+\cos 180^0$$
$$B=\left(\cos 0^0+\cos 180^0\right)+\left(\cos 20^0+\cos 160^0\right)+\left(\cos 40^0+\cos 140^0\right)+...+\left(\cos 80^0+\cos 100^0\right)$$
$$B=\left(\cos 0^0-\cos 0^0\right)+\left(\cos 20^0-\cos 20^0\right)+\left(\cos 40^0-\cos 40^0\right)+...+\left(\cos 80^0-\cos 80^0\right)$$
$$B=0$$

Chọn A

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA}=BM.BA.\cos\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}\right)$.

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}=-\dfrac{1}{3}BC.BA.\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)$.

Vì tam giác ABC đều nên $\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)=\angle ABC=60^0$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BA}=-\frac{1}{3}.6.6.\frac{\sqrt{3}}{2}=-6\sqrt{3}.$$

Chọn B.

Câu 25 (TH):

Cách giải:

Ta có $\Delta=1^2-4.(-3).2=25$

Vì $a=-3<0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất là: $\frac{-\Delta}{4a}=\frac{25}{12}$.

Chọn A.

Phần 2: Tự luận (4 điểm)

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

a) Sử dụng quy tắc hiệu, đưa về tính chất vectơ trọng tâm tam giác.

b) Sử dụng tính chất vectơ trung tuyến.

Cách giải:

a) Ta có:

$$\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{CB}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{KB}-\overrightarrow{KC}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$$

Vậy K là trọng tâm tam giác ABC.

b) Gọi I là trung điểm của BC ta có:

$$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+2\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+4\overrightarrow{MI}=\vec{0}$$
$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}=0$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{IA}$$

Vậy M là thuộc IA sao cho $IM=\frac{1}{5}IA$.

Câu 2 (VD):

Cách giải:

Ta có $A(1;4)$ và $I(2;5)$ thuộc parabol nên $\begin{cases} a+b+c=4 \\ 4a+2b+c=5 \end{cases}$

Lại có hoành độ đỉnh $x_I = -\dfrac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a$

Từ đó ta có hệ $\begin{cases} a+b+c=4 \\ 4a+2b+c=5 \\ b+4a=0 \end{cases} \Leftrightarrow a = -1; b=4; c=1$

Vậy parabol đó là $y = -x^2+4x+1$

* Xét sự biến thiên

Parabol (P) có $a = -1 < 0$ và đỉnh là $I(2;5)$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y			5		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 3 (VDC):

Phương pháp:

a) Áp dụng định lí cosin và định lí sin

b) Áp dụn định lí cosin và công thức $\cos A = 1-2\sin^2\dfrac{A}{2}$

Cách giải:

a) Áp dụng định lí cosin và định lí sin ta có:

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}; \sin A = \frac{a}{2R}$$

$$\Rightarrow \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}.\frac{2R}{a} = \frac{b^2+c^2-a^2}{abc}R$$

Tương tự ta cũng có: $\cot B = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{abc}R; \cot C = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{abc}R$

$$\Rightarrow \cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2+c^2-a^2}{abc}R + \frac{a^2+c^2-b^2}{abc}R + \frac{a^2+b^2-c^2}{abc}R$$

$$= \frac{R}{abc}(b^2+c^2-a^2+a^2+c^2-b^2+a^2+b^2-c^2)$$

$$= \frac{R}{abc}(a^2+b^2+c^2) = \frac{a^2+b^2+c^2}{abc}R$$

b) Ta có: $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

Mà $\cos A = 1 - 2\sin^2\dfrac{A}{2} \Rightarrow \sin\dfrac{A}{2} = \sqrt{\dfrac{1 - \cos A}{2}}$ (do $0^\circ < \dfrac{A}{2} < 90^\circ$)

$$\Rightarrow \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{a^2 - \left(b^2 + c^2 - 2bc\right)}{4bc}}$$

$$\Leftrightarrow \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{a^2 - (b - c)^2}{4bc}}$$

$$\Leftrightarrow \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(a - b + c)(a + b - c)}{4bc}}$$

Lại có: $p = \dfrac{a + b + c}{2} \Rightarrow p - b = \dfrac{a - b + c}{2}; p - c = \dfrac{a + b - c}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{(a - b + c)(a + b - c)}{4} = (p - b)(p - c)$$

$$\Leftrightarrow \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p - b)(p - c)}{bc}}$$