

**ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 10**

**Môn: Toán học - Lớp 10**

**Bộ sách Cánh diều**

**BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**



**Mục tiêu**

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Cánh diều.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm, tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

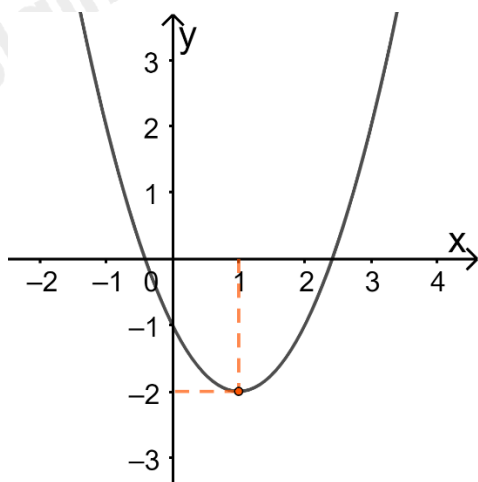
**Phần 1: Trắc nghiệm (5 điểm)**

**Câu 1:** Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là không phải là mệnh đề?

- Huế là một thành phố của Việt Nam.
- Sông Hương chảy ngang qua thành phố Huế.
- Hãy trả lời câu hỏi này!
- $5 + 19 = 24$ .
- $6 + 81 = 25$ .
- Bạn có mang theo máy tính không?
- $x + 2 = 11$ .

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

**Câu 2:** Cho parabol  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

- A.  $y = -x^2 + x - 1.$
- B.  $y = 2x^2 + 4x + 1.$
- C.  $y = x^2 - 2x - 1.$
- D.  $y = 2x^2 - 4x - 1.$

**Câu 3:** Cho hình bình hành ABCD có  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}.$
- B.  $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}.$
- C.  $|\vec{BA} + \vec{BC}| = |\vec{DA} + \vec{DC}|.$
- D.  $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AB} + \vec{CB}.$

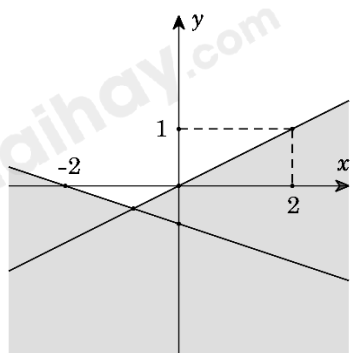
**Câu 4:** Lớp 10E có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10E là

- A. 9.
- B. 10.
- C. 18.
- D. 28.

**Câu 5:** Miền nghiệm của bất phương trình:  $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$  là nửa mặt phẳng chứa điểm:

- A. (3;0).
- B. (3;1).
- C. (2;1).
- D. (0;0).

**Câu 6:** Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



- A.  $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$
- B.  $\begin{cases} x - 2y > 0 \\ x + 3y < -2 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ x+3y \leq -2 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x-2y < 0 \\ x+3y > -2 \end{cases}$

**Câu 7:** Tam giác ABC có  $AB = 3, AC = 6$  và  $\hat{A} = 60^\circ$ . Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A.  $R = 3$ .

B.  $R = 3\sqrt{3}$ .

C.  $R = \sqrt{3}$ .

D.  $R = 6$ .

**Câu 8:** Bảng biến thiên của hàm số  $y = -x^2 + 4x - 5$  là:

A. 

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y$	$-\infty$	0	$-\infty$

B. 

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$y$	$-\infty$	-1	$-\infty$

C. 

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y$	$+\infty$	0	$+\infty$

D. 

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$y$	$+\infty$	-1	$+\infty$

**Câu 9:** Tính giá trị biểu thức  $S = \sin^2 15^\circ + \cos^2 20^\circ + \sin^2 75^\circ + \cos^2 110^\circ$ .

A.  $S = 0$ .

B.  $S = 1$ .

C.  $S = 2$ .

D.  $S = 4$ .

**Câu 10:** Cho hình vuông ABCD cạnh  $a$ . Tính  $P = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA})$ .

A.  $P = -1$ .

B.  $P = 3a^2$ .

C.  $P = -3a^2$ .

D.  $P = 2a^2$ .

**Câu 11:** Tìm tập xác định D của hàm số  $y = \sqrt{6-2x} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ .

- A.  $D = [-1; 3]$ .
- B.  $D = (-1; 3)$ .
- C.  $D = (-1; 3]$ .
- D.  $D = [1; 3]$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{x-3} + 10}{x+5}$ . Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số:

- A.  $(7; 1)$ .
- B.  $(-5; 2)$ .
- C.  $(4; 1, 1)$ .
- D.  $(0; 6)$ .

**Câu 13:** Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ . Đặt  $\overrightarrow{GA} = \vec{a}; \overrightarrow{GB} = \vec{b}$ . Xác định giá trị của  $m, n$  để  $\overrightarrow{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .

- A.  $m = 1, n = 2$
- B.  $m = -1, n = -2$
- C.  $m = 2, n = 1$
- D.  $m = -2, n = -1$

**Câu 14:** Tam giác  $ABC$  có  $AC = 4, \angle BAC = 30^\circ, \angle ACB = 75^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

- A.  $S_{\Delta ABC} = 8$ .
- B.  $S_{\Delta ABC} = 4\sqrt{3}$ .
- C.  $S_{\Delta ABC} = 4$ .
- D.  $S_{\Delta ABC} = 8\sqrt{3}$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = ax^2 + bx + c, (a > 0)$  đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A.  $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ .
- B.  $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ .
- C.  $\left(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$ .
- D.  $\left(-\infty; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ .

**Câu 16:** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

- A.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$ .
- B.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .
- C.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$ .

D.  $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \frac{a^2}{2}$ .

**Câu 17:** Cho tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước chung của } 36 \text{ và } 120\}$ . Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp  $A$ .

A.  $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ .

B.  $A = \{1; 2; 4; 6; 8; 12\}$ .

C.  $A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$ .

D.  $A = \{1; 36; 120\}$ .

**Câu 18:** Cho hai tập hợp  $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ ,  $B = \{1; 3; 4; 6; 8\}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $A \cap B = B$ .    B.  $A \cup B = A$ .    C.  $A \setminus B = \{0; 2\}$ .    D.  $B \setminus A = \{0; 4\}$ .

**Câu 19:** Điểm  $M(0; -3)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A.  $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 3x + 5y \leq 1 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} 2x - y > 3 \\ 3x + 5y \leq -3 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} 2x - y > -3 \\ 3x + 5y \geq 8 \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} 2x - y \leq -3 \\ 3x + 5y \geq 0 \end{cases}$ .

**Câu 20:** Giá trị nhỏ nhất  $F_{\min}$  của biểu thức  $F(x; y) = y - x$  trên miền xác định bởi hệ  $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$  là

A.  $F_{\min} = 1$ .

B.  $F_{\min} = 2$ .

C.  $F_{\min} = 3$ .

D.  $F_{\min} = 4$ .

**Câu 21:** Hàm số bậc hai nào sau đây có đồ thị là parabol có hoành độ đỉnh là  $\frac{5}{2}$  và đi qua  $A(1; -4)$ ?

A.  $y = x^2 - 5x + 8$ .

B.  $y = 2x^2 + 10x - 16$ .

C.  $y = x^2 - 5x$ .

D.  $y = -2x^2 + 5x + 1$ .

**Câu 22:** Cho biết  $\tan \alpha = -3$ . Giá trị của  $P = \frac{6 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}$  bằng bao nhiêu?

A.  $P = \frac{4}{3}$ .

B.  $P = \frac{5}{3}$ .

C.  $P = -\frac{4}{3}$ .

D.  $P = -\frac{5}{3}$ .

**Câu 23:** Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho  $\overline{BD} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ . Khi đó, vectơ  $\overline{AD}$  bằng

A.  $\frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$

B.  $\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$

C.  $\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$

D.  $\frac{5}{3}\overline{AB} - \frac{1}{3}\overline{AC}$

**Câu 24:** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  bất kỳ;  $\forall k, h \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào sau đây không đúng?

A.  $0 \cdot \vec{a} = 0$

B.  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$

C.  $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$

D.  $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$

**Câu 25:** Tam giác ABC vuông tại A có AB = 6cm, BC = 10cm. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

A.  $r = 1$  cm.

B.  $r = \sqrt{2}$  cm.

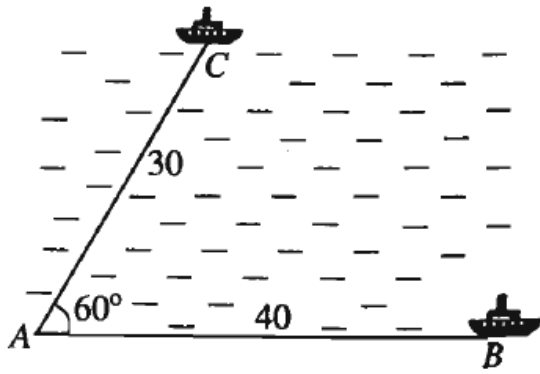
C.  $r = 2$  cm.

D.  $r = 3$  cm.

## Phần 2: Tự luận (5 điểm)

**Câu 1:** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc  $60^\circ$ .

Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí (làm tròn đến số thập phân)?



**Câu 2:** Cho tam giác ABC. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn

a)  $|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

b)  $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| = |3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$

c)  $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

**Câu 3:** Tìm parabol (P)  $y = ax^2 + bx + c$  biết (P) có đỉnh  $I(1; -2)$  và giao với Oy tại điểm có tung độ bằng -

1. Vẽ đồ thị hàm số tìm được.

----- Hết -----

**Phần 1: Trắc nghiệm (5 điểm)**

1.B	2.C	3.C	4.B	5.C	6.C	7.C	8.B	9.B	10.D
11.A	12.A	13.A	14.B	15.C	16.C	17.C	18.A	19.C	20.C
21.D	22.D	23.A	24.D	25.A					

**Câu 1 (NB):****Phương pháp:**

Mệnh đề là câu khẳng định có tính đúng hoặc sai.

**Cách giải:**

Các câu c), f), g) không phải là mệnh đề

**Chọn C.**

**Câu 2 (TH):****Cách giải:**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0; -1)$  nên  $c = -1$ .

$$\text{Toạ độ đỉnh } I(1; -2), \text{ ta có phương trình: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

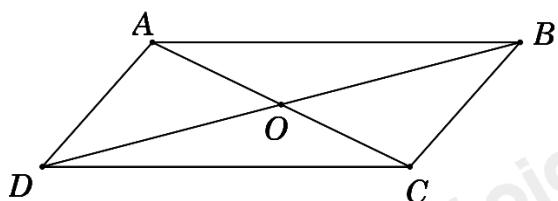
Vậy parabol cần tìm là:  $y = x^2 - 2x - 1$ .

**Chọn C.**

**Câu 3 (TH):****Phương pháp:**

Sử dụng tính chất trung điểm:  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$  với O là trung điểm của AB.

Sử dụng quy tắc hình bình hành  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

**Cách giải:**

Xét các đáp án:



Đáp án A. Ta có  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$ .

Đáp án B. Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$  (quy tắc hình bình hành).

Đáp án C. Ta có  $\begin{cases} |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}| = BD \\ |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}| = BD \end{cases}$ .

Đáp án D. Do  $\overrightarrow{CD} \neq \overrightarrow{CB} \Rightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \neq (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB})$ .

**Chọn D.**

**Câu 4 (TH):**

**Cách giải:**

Ta dùng biểu đồ Ven để giải:

Gọi A là tập hợp các học sinh giỏi Toán của lớp 10E

B là tập hợp các học sinh giỏi Lý của lớp 10E

C là tập hợp các học sinh giỏi Hóa của lớp 10E

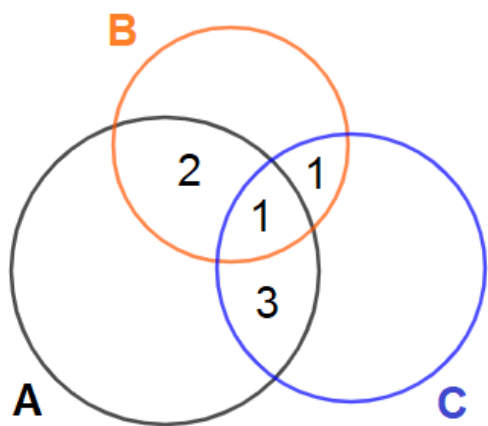
$$\Rightarrow n(A) = 7; n(B) = 5; n(C) = 6$$

$$\text{Hơn nữa } n(A \cap B) = 3; n(A \cap C) = 4; n(B \cap C) = 2; n(A \cap B \cap C) = 1$$

Số học sinh giỏi Toán và Lý mà không giỏi Hóa là:  $3 - 1 = 2$  (học sinh)

Số học sinh giỏi Toán và Hóa mà không giỏi Lý là:  $4 - 1 = 3$  (học sinh)

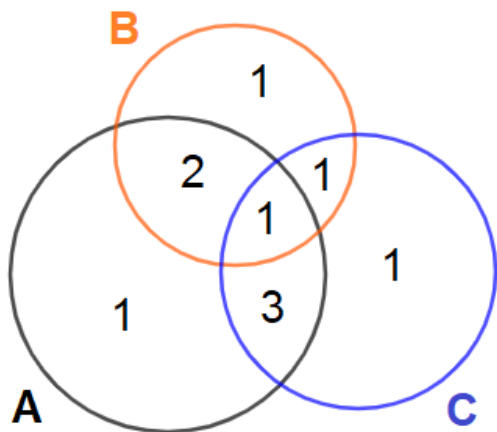
Số học sinh giỏi Lý và Hóa mà không giỏi Toán là:  $2 - 1 = 1$  (học sinh)



Số học sinh chỉ giỏi Toán là:  $7 - 2 - 1 - 3 = 1$  (học sinh)

Số học sinh chỉ giỏi Lý là:  $5 - 2 - 1 - 1 = 1$  (học sinh)

Số học sinh chỉ giỏi Hóa là:  $6 - 3 - 1 - 1 = 1$  (học sinh)



Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là:  $1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 1 + 1 = 10$

**Chọn B.**

**Câu 5 (TH):**

**Cách giải:**

Ta có  $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3 \Leftrightarrow -x + 3y - 1 > 0$ .

Vì  $-2 + 3 \cdot 1 - 1 > 0$  là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bất phương trình trên chứa điểm có tọa độ  $B$ .

**Chọn C.**

**Câu 6 (TH):**

**Cách giải:**

Do miền nghiệm không chứa biên nên ta loại đáp án A và C.

Chọn điểm  $M(0;1)$  thử vào các hệ bất phương trình.

Xét đáp án B, ta có  $\begin{cases} 0 - 2 \cdot 1 > 0 \\ 0 + 3 \cdot 1 < -2 \end{cases}$  : Sai.

**Chọn D.**

**Câu 7 (VD):**

**Phương pháp:**

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC tính BC:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ .

**Cách giải:**

Áp dụng định lí Cosin, ta có  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$

$= 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 27 \Leftrightarrow BC^2 = 27 \Rightarrow BC^2 + AB^2 = AC^2$ .

Suy ra tam giác ABC vuông tại B do đó bán kính  $R = \frac{AC}{2} = 3$

**Chọn A.**

**Câu 8 (TH):**

**Cách giải:**

Hàm số  $y = -x^2 + 4x - 5$  có  $a = -1 < 0$ , nên loại C,D.

Hoành độ đỉnh  $x_l = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = 2$

**Chọn B.**

**Câu 9 (TH):**

**Phương pháp:**

Sử dụng  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ .

**Cách giải:**

Hai góc  $15^\circ$  và  $75^\circ$  phụ nhau nên  $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$

Hai góc  $20^\circ$  và  $110^\circ$  hơn kém nhau  $90^\circ$  nên  $\sin 20^\circ = -\cos 110^\circ$

Do đó,

$$\begin{aligned} S &= \sin^2 15^\circ + \cos^2 20^\circ + \sin^2 75^\circ + \cos^2 110^\circ \\ &= \sin^2 15^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 15^\circ + (-\sin 20^\circ)^2 \\ &= \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ + \cos^2 20^\circ + \sin^2 20^\circ \\ &= 2 \end{aligned}$$

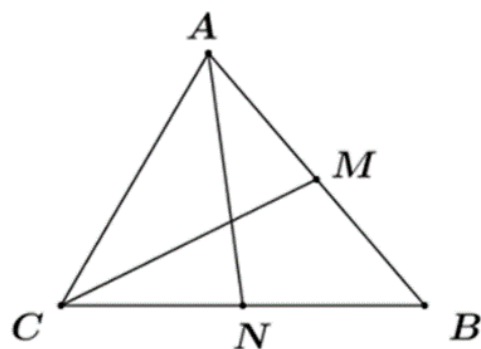
**Chọn C.**

**Câu 10 (VD):**

**Phương pháp:**

Sử dụng quy tắc ba điểm, phép nhân vectơ với một số.

**Cách giải:**



Từ giả thiết suy ra  $AC = a\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC}^2 \\ &= -CA \cdot CD \cdot \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) - AC^2 = -a\sqrt{2} \cdot a \cdot \cos 45^\circ - (a\sqrt{2})^2 = -3a^2 \end{aligned}$$

**Chọn C.**

**Câu 11 (TH):****Phương pháp:**

- $\sqrt{P(x)}$  có nghĩa khi  $P(x) \geq 0$ .
- $\frac{Q(x)}{\sqrt{P(x)}}$  có nghĩa khi  $P(x) > 0$ .

**Cách giải:**

Hàm số  $y = \sqrt{6-2x} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  xác định khi  $\begin{cases} 6-2x \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq 3$

Vậy tập xác định  $D = (-1; 3]$

**Chọn C.****Câu 12 (TH):****Phương pháp:**

Thay tọa độ các điểm vào hàm số

**Cách giải:**

Với  $x = -5, x = 0$  thì  $y = \frac{\sqrt{x-3} + 10}{x+5}$  không xác định. Suy ra điểm  $(-5; 2)$  và  $(0; 6)$  không thuộc đồ thị hàm số

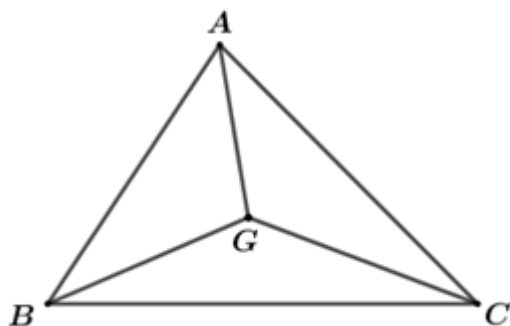
Với  $x = 4$  thì  $y = \frac{\sqrt{4-3} + 10}{4+5} = \frac{11}{9} \neq 1, 1$ . Suy ra điểm  $(4; 1, 1)$  không thuộc đồ thị hàm số.

Với  $x = 7$  thì  $y = \frac{\sqrt{7-3} + 10}{7+5} = 1$ . Suy ra điểm  $(7; 1)$  thuộc đồ thị hàm số.

**Chọn A.****Câu 13 (TH):****Phương pháp:**

Áp dụng phương pháp phân tích một vecto theo hai vecto cùng phương.

Tính chất trọng tâm của tam giác.

**Cách giải:**

Vì  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$  nên  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{GC} = -\vec{GA} - \vec{GB}$ .

Ta có:  $\vec{BC} = \vec{BG} + \vec{GC} \Rightarrow \vec{BC} = -\vec{GB} + \vec{GC}$

$\Rightarrow \vec{BC} = -\vec{GA} - 2\vec{GB} = -\vec{a} - 2\vec{b} = -\vec{GB} - \vec{GA} - \vec{GB} = -\vec{GA} - 2\vec{GB}$

Mà  $\vec{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$  suy ra  $m = -1, n = -2$ .

**Chọn B.**

**Câu 14 (TH):**

**Cách giải:**

Ta có  $\widehat{ABC} = 180^\circ - (\widehat{BAC} + \widehat{ACB}) = 75^\circ = \widehat{ACB}$

Suy ra tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  nên  $AB = AC = 4$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = 4$ .

**Chọn C.**

**Câu 15 (NB):**

**Cách giải:**

Với  $a > 0$ , ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$y$	$+\infty$	$\frac{-\Delta}{4a}$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên  $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ .

**Chọn B.**

**Câu 16 (NB):**

**Phương pháp:**

Sử dụng định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$

**Cách giải:**

Xác định được góc  $(\vec{AB}, \vec{BC})$  là góc ngoài của góc  $\hat{B}$  nên  $(\vec{AB}, \vec{BC}) = 120^\circ$

Do đó  $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = AB \cdot BC \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{BC}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}$

**Chọn C.**

**Câu 17 (NB):**

**Phương pháp:**

Liệt kê các ước chung của 36 và 120.

**Cách giải:**

Ta có  $\begin{cases} 36 = 2^2 \cdot 3^2 \\ 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \end{cases}$ . Do đó  $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ .

**Chọn A.**

**Câu 18 (NB):**

**Phương pháp:**

$A \cap B = \{x \in A \text{ và } x \in B\}$ .

$A \cup B = \{x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$ .

$A \setminus B = \{x \in A \text{ và } x \notin B\}$ .

**Cách giải:**

Ta có:  $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ ,  $B = \{1; 3; 4; 6; 8\}$ .

$A \cap B = \{1; 3; 4\} \neq B$ .

$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 6; 8\} \neq A$ .

$A \setminus B = \{0; 2\}$ .

$B \setminus A = \{6; 8\} \neq \{0; 4\}$ .

**Chọn C.**

**Câu 19 (NB):**

**Phương pháp:**

Thay tọa độ điểm M vào từng hệ bất phương trình.

**Cách giải:**

Thay tọa độ  $M(0; -3)$  vào biểu thức  $2x - y$  ta được:  $2 \cdot 0 - (-3) = 3 \Rightarrow$  Loại B, D.

Thay tọa độ  $M(0; -3)$  vào biểu thức  $3x + 5y$  ta được:  $3 \cdot 0 + 5 \cdot (-3) = -15 \Rightarrow$  Loại C

**Chọn A.**

**Câu 20 (TH):**

**Phương pháp:**

Bước 1. Biểu diễn miền nghiệm của hệ BPT

Bước 2. Xác định tọa độ đỉnh của miền nghiệm

Bước 3. Tính giá trị của F tại các đỉnh. KL giá trị nhỏ nhất.

**Cách giải:**

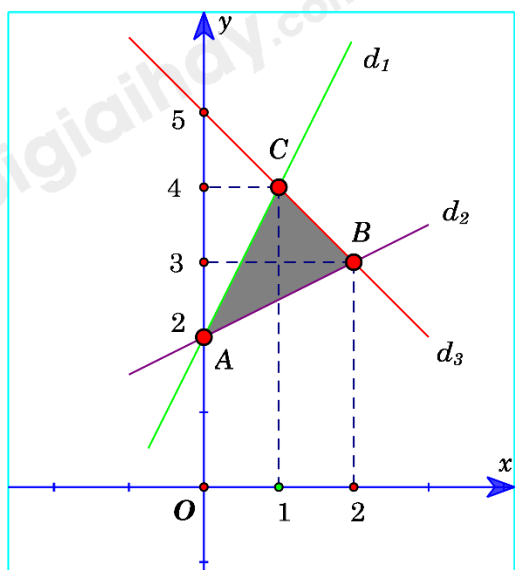
$$\text{Ta có } \begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x - 2 \leq 0 \\ 2y - x - 4 \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \end{cases} (*)$$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ các đường thẳng

$$d_1 : y - 2x - 2 = 0, \quad d_2 : 2y - x - 4 = 0,$$

$$d_3 : x + y - 5 = 0.$$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình (\*) là phần mặt phẳng (tam giác ABC kể cả biên) tô màu như hình vẽ.



Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ (\*) là  $A(0;2), B(2;3), C(1;4)$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} F(0;2) = 2 \\ F(2;3) = 1 \\ F(1;4) = 3 \end{cases} \Rightarrow F_{\min} = 1.$$

**Chọn A.**

**Câu 21 (TH):**

**Cách giải:**

Hàm số bậc hai cần tìm có phương trình:  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

Đồ thị là parabol có hoành độ đỉnh là  $\frac{5}{2}$  và đi qua  $A(1;-4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-b}{a} = 5 \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5a \\ a + b + c = -4 \end{cases}$$



$A(1;-4)$  không thuộc hàm số  $y = x^2 - 5x + 8 \Rightarrow$  Loại A.

Hàm số  $y = 2x^2 + 10x - 16$  có  $b = 10, a = 2 \Rightarrow b \neq -5a \Rightarrow$  Loại B

Hàm số  $y = x^2 - 5x$  có  $b = -5, a = 1 \Rightarrow b = -5a$ , đi qua  $A(1;-4)$  (TM)

Hàm số  $y = -2x^2 + 5x + 1$  có  $b = 5, a = -2 \Rightarrow b \neq -5a \Rightarrow$  Loại D

**Chọn C.**

**Câu 22 (VD):**

**Phương pháp:**

Chia cả tử và mẫu biểu thức P cho  $\cos \alpha$  và biểu diễn biểu thức P theo  $\tan \alpha$ .

**Cách giải:**

$$\text{Ta có } P = \frac{6 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha + 7 \sin \alpha} = \frac{6 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 7}{6 + 7 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{6 \tan \alpha - 7}{6 + 7 \tan \alpha} = \frac{5}{3}$$

**Chọn B.**

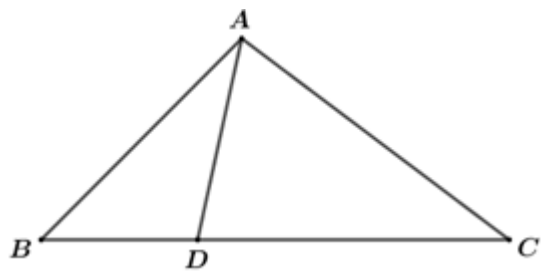
**Chọn B.**

**Câu 23 (TH):**

**Phương pháp:**

Áp dụng định nghĩa tích của vecto với một số, quy tắc cộng vecto để phân tích vecto.

**Cách giải:**



Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \\ \Rightarrow \overrightarrow{AD} &= \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

**Chọn A.**

**Câu 24 (NB):**

**Phương pháp:**



Áp dụng các tính chất của phép nhân vectơ với một số.

**Cách giải:**

Với  $\vec{a}, \vec{b}$  tùy ý;  $\forall k, h \in \mathbb{R}$  ta có:

+ )  $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$  là đáp án sai vì  $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$ .

+ )  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$  (đúng)

+ )  $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$  (đúng)

+ )  $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$  (đúng)

**Chọn A.**

**Câu 25 (NB):**

**Cách giải:**

Dùng Pitago tính được  $AC = 8$ , suy ra  $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = 12$

Diện tích tam giác vuông  $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24$ . Lại có  $S = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p} = 2 \text{ cm}$

**Chọn C.**

**Phần 2: Tự luận (5 điểm)**

**Câu 1 (VD):**

**Phương pháp:**

Áp dụng định lí côsin  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

**Cách giải:**

Sau giờ tàu đi được hải lí, tàu đi được hải lí. Vậy tam giác có  $AB = 40, AC = 30$  và  $\hat{A} = 60^\circ$ .

Áp dụng định lí côsin vào tam giác ta có

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 30^2 + 40^2 - 2 \cdot 30 \cdot 40 \cos 60^\circ = 900 + 1600 - 1200 = 1300$$

Vậy  $BC = \sqrt{1300} \approx 36$  (hải lí).

Sau giờ, hai tàu cách nhau khoảng 36 hải lí.

**Câu 2 (VD):**

**Cách giải:**

a) Gọi I là trung điểm BC ta có:

$$|\vec{MB} + \vec{MC}| = |\vec{MB} - \vec{MC}| \Leftrightarrow |\vec{MI}| = |\vec{CB}| \Leftrightarrow MI = \frac{BC}{2}$$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $R = \frac{BC}{2}$ .

b) Gọi  $K$  là điểm thỏa mãn:

$$L \text{ là điểm thỏa mãn: } 3\overrightarrow{LB} + 2\overrightarrow{LC} = \vec{0}$$

$$\text{Ta có: } |2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| = |3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$$

$$\Leftrightarrow |5\overrightarrow{MK}| = |5\overrightarrow{ML}| \Leftrightarrow MK = ML$$

$\Rightarrow$  Tập hợp điểm  $M$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $KL$ .

c) Với  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Gọi  $J$  là điểm thỏa mãn:  $4\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$

Ta có:

$$|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$$

$$\Leftrightarrow |6\overrightarrow{MJ}| = |2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MI}| \Leftrightarrow |6\overrightarrow{MJ}| = |2\overrightarrow{IA}| \Leftrightarrow MJ = \frac{1}{3}IA = \text{const}$$

Vậy tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $J$  bán kính  $R = \frac{1}{3}IA$ .

### Câu 3 (VD):

#### Cách giải:

Parabol (P)  $y = ax^2 + bx + c$  giao với Oy tại điểm có tọa độ  $(0; c)$ , do đó  $c = -1$

$$(P) \text{ có hoành độ đỉnh } x_I = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a$$

Điểm  $I(1; -2)$  thuộc (P) nên  $a.1^2 + b.1 - 1 = -2$  hay  $a + b = -1$

$$\text{Từ đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} a + b = -1 \\ b = -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là  $y = x^2 - 2x - 1$

\* Vẽ parabol

Đỉnh  $I(1; -2)$

Trục đối xứng  $x = 1$

Giao với Oy tại  $A(0; -1)$ , lấy điểm  $B(2; -1)$  đối xứng với A qua trục đối xứng

Lấy điểm  $C(-1; 2)$  và  $D(3; 2)$  thuộc đồ thị.

