ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán học - Lớp 11

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1. C	2. D	3. C	4. D	5. B	6. B
7. C	8. B	9. A	10. C	11. B	12. A

Câu 1. Hàm số nào sau đây có tập xác định $\mathbb{R}$?

A. $y = \tan x$

B. $y = \cot x$

C. $y = \dfrac{1}{\sin^2 x + 1}$

D. $y = \dfrac{1}{\cot x}$

Phương pháp giải:

Tìm tập xác định của từng hàm số.

Lời giải chi tiết:

Hàm số $y = \tan x$ xác định $\forall x \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi \ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Hàm số $y = \cot x$ xác định $\forall x \ne k\pi \ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Hàm số $y = \dfrac{1}{\cot x}$ xác định $\forall x \ne \dfrac{k\pi}{2} \ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Hàm số $y = \dfrac{1}{\sin^2 x + 1}$ xác định với mọi giá trị của x.

Đáp án C.

Câu 2. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^o) = 1$ trên khoảng $(-90^o; 90^o)$ bằng

A. 30^o

B. -60^o

C. 0^o

D. -30^o

Phương pháp giải:

$\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải chi tiết:

$\tan(2x - 15^o) = 1 \Leftrightarrow 2x - 15^o = 45^o + k180^o \Leftrightarrow x = 30^o + k90^o \ (k \in \mathbb{Z})$.

Xét $-90^o < x < 90^o \Leftrightarrow -90^o < 30^o + k90^o < 90^o \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < k < \frac{2}{3}$.

Suy ra k = -1 hoặc k = 0.

Với k = -1, ta được $x = -60^o$.

Với k = 0, ta được $x = 30^o$.

Vậy tổng các nghiệm là $-60^o + 30^o = -30^o$.

Đáp án D.

Câu 3. Cho dãy số $(u_n) = 2024^n$. Tính u_{n+1}?

A. $u_{n+1} = 2024^n + 2024$

B. $u_{n+1} = 2024^n + 1$

C. $u_{n+1} = 2024^{n+1}$

D. $u_{n+1} = 2024(n+1)$

Phương pháp giải:

Thay n + 1 vào n.

Lời giải chi tiết:

Ta có $u_{n+1} = 2024^{n+1}$.

Đáp án C.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai d = -5. Khi đó –32 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đã cho?

A. 7

B. 10

C. 9

D. 8

Phương pháp giải:

Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải chi tiết:

-32 là số hạng thứ n của cấp số cộng. Ta có $32 = 3 + (n-1)(-5) \Leftrightarrow n = 8$.

Đáp án D.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội q = 2. Tổng ba số hạng đầu của cấp số nhân là

A. 3

B. 7

C. 9

D. 5

Phương pháp giải:

Công thức tổng n số hạng đầu của cấp số nhân: $S_n = u_1\dfrac{1-q^n}{1-q}$.

Lời giải chi tiết:

Áp dụng công thức tổng số hạng của cấp số nhân ta có: $S_3 = 1.\dfrac{1-2^3}{1-2} = 7$.

Đáp án B.

Câu 6. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số)

B. $\lim q^n = 0 \; (|q| > 1)$

C. $\lim \dfrac{1}{n} = 0$

D. $\lim \dfrac{1}{n^k} = 0 \; (k > 1)$

Phương pháp giải:

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim q^n = 0 \; (|q| < 1)$ nên B sai.

Đáp án B.

Câu 7. Hàm số $y = \dfrac{1}{2x-4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. x = 1

B. x = 0

C. x = 2

D. x = -1

Phương pháp giải:

Tìm điểm mà tại đó hàm số không xác định.

Lời giải chi tiết:

Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, suy ra hàm số gián đoạn tại x = 2.

Đáp án C.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa

B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất

D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau

Phương pháp giải:

Sử dụng kiến thức về vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

B sai vì hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có thể trùng nhau. Khi đó chúng có vô số điểm chung và chung nhau vô số đường thẳng.

Đáp án B.

Câu 9. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MN//(ABCD)

B. AB//(SCD)

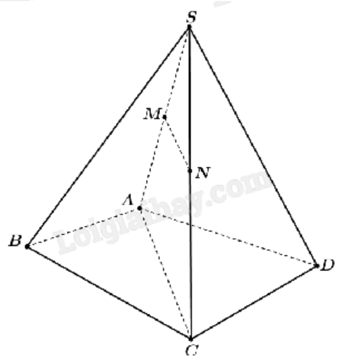
C. BC//(SAD)

D. MN//(SBD)

Phương pháp giải:

Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với một đường thuộc mặt phẳng đó.

Lời giải chi tiết:



Vì MN là đường trung bình của tam giác SAC nên MN//AC.

Mà AC thuộc mặt phẳng (ABCD) suy ra MN//(ABCD).

Đáp án A.

Câu 10. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi E là trung điểm của SA. Mặt phẳng nào dưới đây chứa đường thẳng OE?

A. (SBC)

B. (ABCD)

C. (SAC)

D. (CDE)

Phương pháp giải:

Mặt phẳng cần tìm chứa cả hai điểm O và E.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\begin{cases} O \in AC \\ E \in SA \end{cases}$ nên $OE \subset (SAC)$.

Đáp án C.

Câu 11. Nếu $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 5$ thì $\lim\limits_{x \to 2} \left[2023 - 4f(x)\right]$ bằng

A. 2013

B. 2003

C. 1993

D. 2015

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất của giới hạn.

Lời giải chi tiết:

$\lim\limits_{x \to 2} \left[2023 - 4f(x)\right] = \lim\limits_{x \to 2} 2023 - 4\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 2023 - 4.5 = 2003$.

Đáp án B.

Câu 12. Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là

A. [-1;1]

B. [0;2]

C. $\mathbb{R}$

D. [-2;2]

Phương pháp giải:

Tập giá trị là tập hợp tất cả các giá trị mà y có thể nhận.

Lời giải chi tiết:

Ta có $-1 \le \sin x \le 1$ nên tập giá trị của $y = \sin x$ là [-1;1].

Đáp án A.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho phương trình $\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=1$.

a) Phương trình đã cho được viết lại như sau: $\sin^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$.

b) Ta có $\cos(2x+\pi)=-\cos 2x$.

c) Phương trình đã cho đưa về dạng $\cos\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos 2x$.

d) Nghiệm của phương trình đã cho là $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$ và $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3}$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Phương pháp giải:

a) Sử dụng công thức $\sin^2 x+\cos^2 x=1$.

b) Sử dụng công thức $\cos(x+\pi)=-\cos x$.

c) Sử dụng công thức hạ bậc $\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$, $\cos^2 x=\frac{\cos 2x+1}{2}$.

d) Sử dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\cos x=\cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\alpha+k2\pi \\ x=-\alpha+k2\pi \end{array}\right. \ (k\in\mathbb{Z}).$$

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có: $\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=1$

$$\Leftrightarrow \cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=1-\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right).$$

b) Đúng. $\cos(2x+\pi)=-\cos 2x$.

c) Đúng. Ta có: $\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=1$

$$\Leftrightarrow \cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos(2x+\pi)+1}{2}=\frac{1-\cos\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)}{2}$$

$\Leftrightarrow \cos(2x+\pi) = -\cos\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow -\cos 2x = -\cos\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)$.

d) Sai. Ta có: $\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=1 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 4x+\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ 2x = -4x-\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 4x+\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ 2x = -4x-\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2x = \frac{\pi}{2}+k2\pi \\ 6x = -\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3} \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n), biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \ge 1$.

a) Bốn số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là -1; 2; 5; 8.

b) Số hạng thứ 5 của dãy là 13.

c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = 2n-3$.

d) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

Phương pháp giải:

Sử dụng các công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có:

$u_1 = -1$;

$u_2 = u_1 + 3 = -1 + 3 = 2$;

$u_3 = u_2 + 3 = 2 + 3 = 5$;

$u_4 = u_2 + 3 = 5 + 3 = 8$.

b) Sai. Ta có $u_5 = u_4 + 3 = 8 + 3 = 11$.

c) Sai. Ta có $u_{n+1} = u_n + 3 \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = 3$ nên (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = -1$ và d = 3.

Số hạng tổng quát của (u_n) là $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow u_n = -1 + (n-1).3 = 3n - 4$.

d) Đúng. Áp dụng công thức số hạng tổng quát vừa tìm được, ta có số hạng thứ 35 của dãy là:

$u_{35}=3.35-4=101$.

Câu 3. Biết $\lim \frac{2n^2-n+4}{an^2+n+3}=2$ và $\lim \frac{3^n+4^{n+1}}{4^n+3}=b$.

a) Giá trị của a = 2.

b) Giá trị của b = 4.

c) a; 2; b lập thành một cấp số cộng.

d) a; b; 16 lập thành một cấp số nhân.

Phương pháp giải:

Sử dụng các quy tắc tìm giới hạn của dãy số.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Ta có: $\lim \frac{2n^2-n+4}{an^2+n+3}=\lim \frac{n^2\left(2-\frac{1}{n}+\frac{4}{n^2}\right)}{n^2\left(a+\frac{1}{n}+\frac{3}{n^2}\right)}=\lim \frac{2-\frac{1}{n}+\frac{4}{n^2}}{a+\frac{1}{n}+\frac{3}{n^2}}=\frac{2}{a}=2$.

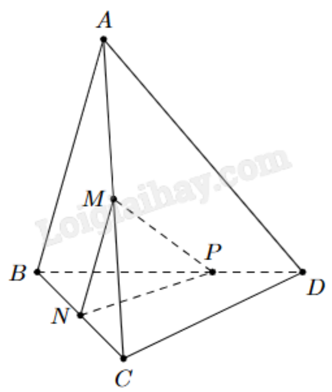
Suy ra a = 1.

b) Đúng. Ta có: $\lim \frac{3^n+4^{n+1}}{4^n+3}=\lim \frac{3^n+4^n.4}{4^n+3}=\lim \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n+4}{1+3.\left(\frac{1}{4}\right)^n}=\frac{0+4}{1+0}=4=b$.

c) Sai. 1; 2; 4 không lập thành một cấp số cộng.

d) Đúng. 1; 4; 16 lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu là 1, công bội bằng 4.

Câu 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy P sao cho BP = 2PD.



a) Gọi $I=CD\cap(MNP)$. Ba điểm I, N, P thẳng hàng.

b) MN//(ABD).

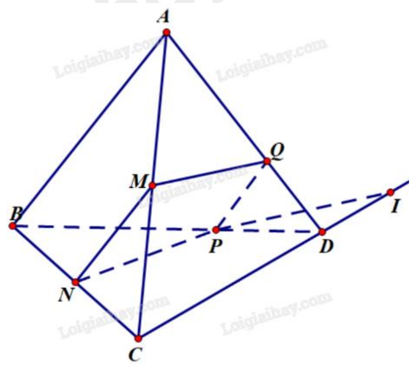
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABD) là đường thẳng PQ song song với AB, với Q thuộc AD.

d) Tứ giác MNPQ là hình bình hành.

Phương pháp giải:

Sử dụng các điều kiện, tính chất của đường thẳng và mặt phẳng song song.

Lời giải chi tiết:



a) Sai. Xét trong mặt phẳng (BCD):

Vì NP không song song với CD nên giả sử NP giao CD tại O.

Khi đó $\begin{cases} O \in CD \\ O \in NP \subset (MNP) \end{cases}$ nên $O = CD \cap (MNP)$.

Vậy $O \equiv I$. Vì $O \in NP$ suy ra I, N, P thẳng hàng.

b) Đúng. Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên MN//AB.

c) Đúng. Ta có $\begin{cases} MN // AB \\ MN \subset (MNP) \\ AB \subset (ABD) \\ (MNP) \cap (ABD) = \{P\} \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (MNP) và (ABD) là đường thẳng qua P và song song với AB, MN.

Theo giả thiết, PQ//AB nên PQ chính là giao tuyến cần tìm.

d) Sai. Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2}AB$ (1).

Theo giả thiết, BP = 2PD nên suy ra $\frac{DP}{DB} = \frac{1}{3}$.

Xét tam giác ABD có PQ//AB:

$\frac{DQ}{DA} = \frac{DP}{DB} = \frac{PQ}{AB} = \frac{1}{3}$ (hệ quả định lý Thales).

Suy ra $PQ = \frac{1}{3}AB$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $MN \neq PQ$.

Vậy MNPQ không phải hình bình hành.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày (t > 0) bởi công thức $h = 4\sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) + 16$. Mực nước của kênh cao nhất khi t bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

$h = 4\sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) + 16$ lớn nhất khi $\sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) = 1$.

Sử dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải chi tiết:

$$\sin\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} + \frac{5\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} = -\frac{\pi}{8} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{8} = -\frac{1}{8} + 2k \Leftrightarrow t = -1 + 16k \ \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Ta có $0 < t \le 24 \Leftrightarrow 0 < -1 + 16k \le 24 \Leftrightarrow 1 < 16k \le 24 \Leftrightarrow \frac{1}{16} < k \le \frac{3}{2}$.

Vậy k = 1. Khi đó t = -1 + 16.1 = 15.

Vậy mực nước của kênh cao nhất khi t = 15 (giờ).

Đáp án: 15.

Câu 2. Một rạp hát có 18 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... cứ thế cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tổng n số hạng đầu của cấp số cộng: $S_n = \frac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2}$.

Lời giải chi tiết:

Số ghế mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 16$ và d = 4.

Tổng số ghế trong rạp là $S_{18} = \frac{18\left[2.16 + (18-1).4\right]}{2} = 900$.

Đáp án: 900.

Câu 3. Tính giới hạn $\lim\left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + ... + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right]$. Viết kết quả dưới dạng số thập phân.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tính giới hạn tại vô cực.

Lời giải chi tiết:

$$\lim\left[\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + ... + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right]$$

$$= \lim\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + ... + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1}\right)$$

$= \lim \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2n+1}\right) = \frac{1}{2}(1-0) = \frac{1}{2} = 0,5$.

Đáp án: 0,5.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1}}{x-1} & \text{khi } x \ne 1 \\ ax & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị của a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Phương pháp giải:

Hàm số liên tục tại x_0 khi $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1}}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2 + 2 - \sqrt{3x+1}}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{x-1} + \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{x-1}$

$= \frac{x+7-8}{(x-1)\left(\sqrt{x+7} + \sqrt[2]{x+7}.2 + 4\right)} + \frac{4-(3x+1)}{(x-1)\left(2+\sqrt{3x+1}\right)}$

$= \frac{1}{\sqrt{x+7} + \sqrt[2]{x+7}.2 + 4} + \frac{3-3x}{(x-1)\left(2+\sqrt{3x+1}\right)}$

$= \frac{1}{\sqrt{x+7} + \sqrt[2]{x+7}.2 + 4} - \frac{3}{2+\sqrt{3x+1}}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{3x+1}}{x-1}$

$= \lim\limits_{x \to 1} \frac{1}{\sqrt{x+7} + \sqrt[2]{x+7}.2 + 4} - \frac{3}{2+\sqrt{3x+1}}$

$= \frac{1}{\sqrt{1+7} + \sqrt[2]{1+7}.2 + 4} - \frac{3}{2+\sqrt{3.1+1}} \approx -0,7$.

Mà $f(1) = a.1 = a$.

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = f(1)$, suy ra $a \approx -0,7$.

Đáp án: -0,7.

Câu 5. Phương pháp giải:

Tìm tứ phân vị thứ ba.

Lời giải chi tiết:

Đáp án: 7,2.

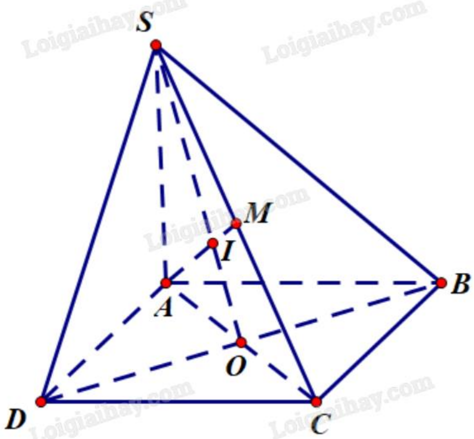
Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD). Tính tỉ số $\frac{IA}{IM}$?

Phương pháp giải:

Sử dụng các khái niệm, tính chất của điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.

Sử dụng tính chất trọng tâm tam giác.

Lời giải chi tiết:



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó O là trung điểm của AC, BD (vì ABCD là hình bình hành).

Dễ dàng chứng minh $SO \subset (SBD)$, $SO \subset (SAC)$ và $AM \subset (SAC)$.

Xét trong mặt phẳng (SAC), giả sử AM giao SO tại I’.

Ta có $\begin{cases} I' \in AM \\ I' \in SO \subset (SBD) \end{cases}$ suy ra I’ là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD).

Suy ra I’ trùng I.

Xét tam giác SAC có AM, SO là các đường trung tuyến cắt nhau tại I.

Suy ra I là trọng tâm của tam giác SAC. Vậy $\frac{IA}{IM} = 2$.

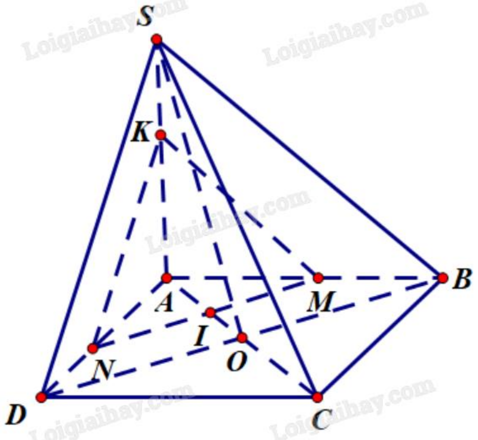
Đáp án: 2.

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình bình hành có O là giao điểm của AC và BD, AC = 6, BD = 8; tam giác SBD là tam giác đều. Gọi I là điểm nằm trên đoạn thẳng AC sao cho AI = x (0 < x < 3), (P) là mặt phẳng đi qua điểm I và song song với mặt phẳng (SBD). Diện tích của hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (P) với các mặt của hình chóp S.ABCD bằng $\frac{ax^2\sqrt{3}}{b}$. Tính giá trị của biểu thức P = a + b.

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất giao tuyến, hệ quả định lí Thales, công thức tính diện tích tam giác đều khi biết độ dài cạnh.

Lời giải chi tiết:



Vì (P)//(SBD) suy ra BD//(P) và SB//(P).

Ta có $\begin{cases} I \in (P) \cap (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \\ BD // (P) \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (P) và (ABCD) là đường thẳng qua I song song với BD.

Giao tuyến này cắt AB tại M, cắt AD tại N.

Tương tự $\begin{cases} M \in (P) \cap (SAB) \\ SB \subset (SAB) \\ SB // (P) \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (P) và (SAB) là đường thẳng qua M song song với SB.

Giao tuyến này cắt SA tại K.

Thiết diện cần tìm là tam giác MNK.

Hai tam giác KMN và SBD có các cặp cạnh tương ứng song song nên chúng đồng dạng. Mà tam giác SBD đều nên tam giác KMN đều.

Xét tam giác AOD có IN//DO: $\frac{AI}{AO} = \frac{IN}{DO}$ (hệ quả định lí Thales).

Xét tam giác AOB có IM//BO: $\frac{AI}{AO} = \frac{IM}{BO}$ (hệ quả định lí Thales).

Suy ra $\frac{IN}{DO} = \frac{IM}{BO}$. Do đó $\frac{AI}{AO} = \frac{IN + IM}{DO + BO}$ hay $\frac{AI}{AO} = \frac{MN}{BD} \Leftrightarrow \frac{x}{\frac{AC}{2}} = \frac{MN}{BD}$

$\Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{MN}{8} \Leftrightarrow MN = \frac{8x}{3}$.

Diện tích tam giác đều KMN là $S = \frac{MN^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{8x}{3}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{16x^2\sqrt{3}}{9}$.

Suy ra a = 16, b = 9.

Vậy P = a + b = 16 + 9 = 25.

Đáp án: 25.