

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 7

Môn: Toán học - Lớp 11

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 11.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Số nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$?

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $-\frac{3\pi}{4}$

D. $-\frac{\pi}{4}$

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = \cos x$ có tính chất nào dưới đây?

A. Đối xứng qua gốc tọa độ

B. Đối xứng qua trục hoành

C. Đối xứng qua trục tung

D. Đối xứng qua điểm $I(0;1)$

Câu 3. Cho dãy số vô hạn (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 4 của dãy số.

A. 21

B. 29

C. 11

D. 13

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6

B. 9

C. 4

D. 5

Câu 5. Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8

B. 9

C. 6

D. 4

Câu 6. Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

A. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{n+1}{n}$

B. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{1}{n}$

C. Dãy (v_n) với $v_n = 2023$

D. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{2n+3}{n}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 3$

B. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -2$

C. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$

D. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -3$

Câu 8. Điều kiện để hai đường thẳng trong không gian song song với nhau là

A. Không có điểm chung

B. Đồng phẳng hoặc không có điểm chung

C. Đồng phẳng

D. Đồng phẳng và không có điểm chung

Câu 9. Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song

B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau

C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau

D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau

Câu 10. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Chọn khẳng định đúng?

- A. MN//(BCD)
- B. MN//(ACD)
- C. MN//(ABD)
- D. MN//(ABC)

Câu 11. Giá trị nào sau đây không thuộc tập nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$?

- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{5\pi}{6}$
- C. $\frac{13\pi}{6}$
- D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 12. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$
- B. $u_n = n + \frac{1}{n}$
- C. $u_n = 2^n + 1$
- D. $u_n = \frac{n}{n+1}$

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho góc $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

a) $\cot \alpha < 0$.

b) $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha < 0$.

c) Nếu $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ thì $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

d) Nếu $\sin 2\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ thì $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

a) Năm số hạng đầu của dãy là 2; 7; 12; 17; 22.

b) Số hạng tổng quát của dãy (u_n) là $u_n = 5n - 3$.

c) Số hạng $u_{50} = 247$.

d) 512 là số hạng thứ 102 của dãy.

Câu 3. Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó:

a) $a + b = 8$.

b) $a - b = -7$.

c) Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$.

d) Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$.

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang với hai cạnh đáy là AD và BC, đáy lớn là AD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD.

a) $MN // BC$.

b) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AD.

c) Gọi $AB \cap CD = \{E\}$, $\{F\} = SB \cap ME$. Khi đó $SB \cap (MCD) = \{F\}$.

d) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AB.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong

kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t < 24$) cho bởi công thức $h = \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right) + 5$. Hỏi

trong ngày mực nước xuống thấp nhất trễ nhất là mấy giờ?

Câu 2. Người ta thiết kế số ghế ngồi trên khán đài một sân vận động bóng đá như sau. Hàng ghế đầu tiên gần sân bóng đá nhất có 1600 ghế. Kể từ hàng thứ hai trở đi, mỗi hàng liền sau hơn hàng liền trước 400 ghế. Muốn sức chứa trên khán đài có ít nhất 222000 ghế thì cần phải thiết kế ít nhất bao nhiêu hàng ghế?

Câu 3. Tìm công bội của cấp số nhân thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases}$ là $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a + b$ là bao

nhiêu?

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{a(x+2)}{x^3+8} & \text{khi } x > -2 \\ 2x+b & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$. Với a, b là các số thực. Để hàm số đã cho liên tục tại x

$= -2$ thì $a - 12b$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Cho tứ diện ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. P là điểm thuộc CD sao cho $PD =$

$2PC$. Gọi Q là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP). Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$ (làm tròn đến hàng

phần trăm).

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng

(SAD) và (SBC). Gọi M là trung điểm của BC, N là điểm thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{4}$. Gọi E là giao

điểm của MN và d, F là giao điểm của AE và SD. Tính tỉ số $\frac{S_{FDA}}{S_{FSE}}$?

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1. B	2. C	3. B	4. D	5. C	6. B
7. C	8. D	9. C	10. A	11. D	12. D

Câu 1. Số nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$?

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $-\frac{3\pi}{4}$

D. $-\frac{\pi}{4}$

Phương pháp giải:

Tra bảng giá trị lượng giác hoặc sử dụng máy tính cá nhân.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Đáp án B.

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = \cos x$ có tính chất nào dưới đây?

A. Đối xứng qua gốc tọa độ

B. Đối xứng qua trục hoành

C. Đối xứng qua trục tung

D. Đối xứng qua điểm $I(0;1)$ **Phương pháp giải:**

Sử dụng tính chất của hàm số và đồ thị hàm số $y = \cos x$.

Lời giải chi tiết:

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục tung.

Đáp án C.

Câu 3. Cho dãy số vô hạn (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 4 của dãy số.

A. 21

B. 29

C. 11

D. 13

Phương pháp giải:

Tìm lần lượt 4 số hạng đầu của dãy số.

Lời giải chi tiết:Ta có: $u_1 = 1$; $u_2 = 2.1 + 3 = 5$; $u_3 = 2.5 + 3 = 13$; $u_4 = 2.13 + 3 = 29$.**Đáp án B.****Câu 4.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6

B. 9

C. 4

D. 5

Phương pháp giải:

$$u_{n+1} = u_n + d.$$

Lời giải chi tiết:Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 3 = 1 + d \Leftrightarrow d = 2$.Suy ra $u_3 = u_2 + d = 3 + 2 = 5$.**Đáp án D.****Câu 5.** Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8

B. 9

C. 6

D. 4

Phương pháp giải:

$$u_n = u_1 q^{n-1}.$$

Lời giải chi tiết:

$$u_2 = u_1 q = 3.2 = 6.$$

Đáp án C.**Câu 6.** Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

A. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{n+1}{n}$

B. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{1}{n}$

C. Dãy (v_n) với $v_n = 2023$

D. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{2n+3}{n}$

Phương pháp giải:

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim_{n \rightarrow \infty} 2023 = 2023$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n} = 2$.

Đáp án B.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 3$

B. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -2$

C. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$

D. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -3$

Phương pháp giải:

$f(x)$ không liên tục tại điểm hàm số không xác định.

Lời giải chi tiết:

Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, do đó hàm số không liên tục tại $x_0 = 2$.

Đáp án C.

Câu 8. Điều kiện để hai đường thẳng trong không gian song song với nhau là

A. Không có điểm chung

B. Đồng phẳng hoặc không có điểm chung

C. Đồng phẳng

D. Đồng phẳng và không có điểm chung

Phương pháp giải:

Sử dụng kiến thức về điều kiện để hai đường thẳng trong không gian song song với nhau.

Lời giải chi tiết:

Điều kiện để hai đường thẳng trong không gian song song với nhau là đồng phẳng và không có điểm chung.

Đáp án D.

Câu 9. Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song

B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau

C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau

D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất của phép chiếu song song.

Lời giải chi tiết:

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.

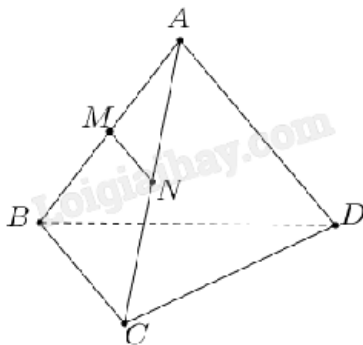
Đáp án C.

Câu 10. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Chọn khẳng định đúng?

- A. $MN // (BCD)$
- B. $MN // (ACD)$
- C. $MN // (ABD)$
- D. $MN // (ABC)$

Phương pháp giải:

Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với một đường thẳng trong mặt phẳng đó.

Lời giải chi tiết:

Xét tam giác ABC có MN là đường trung bình, suy ra $MN // BC$.

Mà $MN \not\subset (BCD)$, $BC \subset (BCD)$.

Suy ra $MN // (BCD)$.

Đáp án A.

Câu 11. Giá trị nào sau đây không thuộc tập nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$?

- A. $\frac{\pi}{6}$
- B. $\frac{5\pi}{6}$
- C. $\frac{13\pi}{6}$
- D. $\frac{\pi}{3}$

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải chi tiết:

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Xét họ nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$: Với $k = 0$ thì $x = \frac{\pi}{6}$; $k = 1$ thì $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6}$.

Xét họ nghiệm $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$: Với $k = 0$ thì $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy giá trị $\frac{\pi}{3}$ không thuộc tập nghiệm của phương trình.

Đáp án D.

Câu 12. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$

B. $u_n = n + \frac{1}{n}$

C. $u_n = 2^n + 1$

D. $u_n = \frac{n}{n+1}$

Phương pháp giải:

Dãy số bị chặn là dãy số vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$$\lim \sqrt{n^2 + 1} = +\infty;$$

$$\lim \left(n + \frac{1}{n} \right) = \lim n + \lim \frac{1}{n} = +\infty;$$

$$\lim (2^n + 1) = +\infty;$$

$$\lim \frac{n}{n+1} = 1 \text{ và } 0 < \frac{n}{n+1} < 1 \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy chỉ có dãy số $u_n = \frac{n}{n+1}$ bị chặn dưới và bị chặn trên.

Đáp án D.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho góc $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

a) $\cot \alpha < 0$.

b) $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha < 0$.

c) Nếu $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ thì $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

d) Nếu $\sin 2\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ thì $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

Phương pháp giải:

a) Dựa vào vị trí tia cuối của góc lượng giác để nhận xét dấu của giá trị lượng giác.

b) Sử dụng công thức $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$.

c) Sử dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ và dựa vào vị trí tia cuối của góc lượng giác để nhận xét dấu của giá trị lượng giác.

d) Sử dụng công thức nhân đôi $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ nên tia cuối của góc lượng giác nằm ở góc phần tư thứ IV.

Khi đó: $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$. Suy ra $\cot \alpha < 0$.

b) **Sai.** $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$.

c) **Đúng.** Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.

Vì $\cos \alpha > 0$ nên $\cos \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$.

d) **Đúng.** Ta có: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha$

$$= 1 + \sin 2\alpha = 1 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 2. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$ với $n \geq 1$.

a) Năm số hạng đầu của dãy là 2; 7; 12; 17; 22.

b) Số hạng tổng quát của dãy (u_n) là $u_n = 5n - 3$.

c) Số hạng $u_{50} = 247$.

d) 512 là số hạng thứ 102 của dãy.

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Ta có:

$$u_1 = 2; u_2 = 2 + 5 = 7; u_3 = 7 + 5 = 12; u_4 = 12 + 5 = 17; u_5 = 17 + 5 = 22.$$

b) **Đúng.** Thấy $u_{n+1} - u_n = 5$ suy ra (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 2$, công sai $d = 5$.

$$\text{Khi đó } u_n = 2 + (n - 1) \cdot 5 = 5n - 3.$$

$$\text{c) Đúng. } u_{50} = 5 \cdot 50 - 3 = 247.$$

d) **Sai.** $512 = 5n - 3 \Leftrightarrow n = 103$. Vậy 512 là số hạng thứ 103 của dãy.

Câu 3. Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó:

a) $a + b = 8$.

b) $a - b = -7$.

c) Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$.

d) Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$.

Phương pháp giải:

Chia cả tử và mẫu của u_n cho 7^n .

Áp dụng công thức $\lim q^n = 0$ khi $|q| < 1$.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có } \lim u_n = \lim \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}} = \lim \frac{7^n + 4^n \cdot 2^{-1} + 3^n \cdot 3}{7^n \cdot 7 + 5^n \cdot 5^{-1}}$$

$$= \lim \frac{1 + \left(\frac{4}{7}\right)^n \cdot 2^{-1} + \left(\frac{3}{7}\right)^n \cdot 3}{1 \cdot 7 + \left(\frac{5}{7}\right)^n \cdot 5^{-1}} = \frac{1 + 0 + 0}{7 + 0} = \frac{1}{7}.$$

$$\text{Vậy } \frac{a}{b} = \frac{1}{7} \text{ hay } a = 1, b = 7.$$

a) **Đúng.** $a + b = 1 + 7 = 8$.

b) **Sai.** $a - b = 1 - 6 = -6$.

c) **Sai.** 1; 7; 13 tạo thành cấp số cộng có công sai bằng $d = 6$.

d) **Đúng.** 1; 7; 49 tạo thành cấp số nhân có công bội $q = 7$.

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang với hai cạnh đáy là AD và BC, đáy lớn là AD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD.

a) MN//BC.

b) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AD.

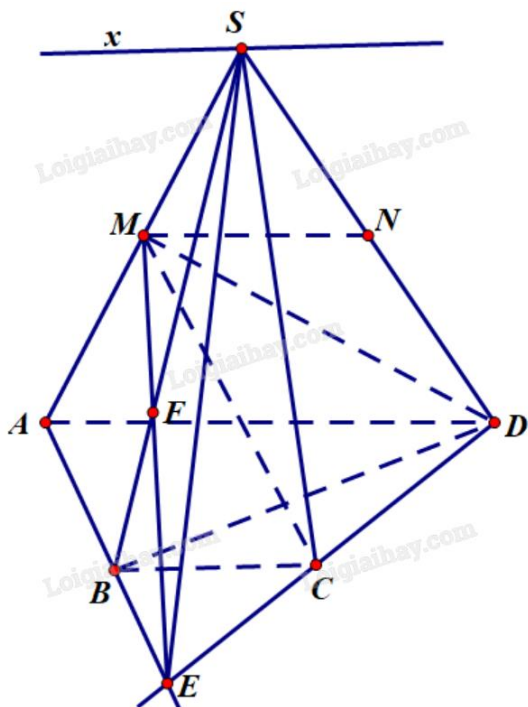
c) Gọi $AB \cap CD = \{E\}$, $\{F\} = SB \cap ME$. Khi đó $SB \cap (MCD) = \{F\}$.

d) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AB .

Phương pháp giải:

Sử dụng các điều kiện, tính chất của đường thẳng và mặt phẳng song song.

Lời giải chi tiết:



a) **Đúng.** Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN \parallel AD$.

Mà $AD \parallel BC$ vì $ABCD$ là hình thang có hai đáy AD, BC .

Suy ra $MN \parallel BC$.

b) **Đúng.** Ta có $\begin{cases} AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ S \in (SAD) \cap (SBC) \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S , song

song với AD, BC .

c) **Đúng.** Vì $E \in AB \subset (SAB)$ suy ra $ME \subset (SAB)$.

Xét trong mặt phẳng (SAB) có $\{F\} = SB \cap ME$ (giả thiết) nên $F \in SB$ (1)

Vì $E \in CD \subset (MCD)$ nên $ME \subset (MCD)$.

Mà $F \in ME$ suy ra $F \in (MCD)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $SB \cap (MCD) = \{F\}$.

d) **Sai.** Ta có $S \in (SAB) \cap (SCD)$.

Mặt khác $\begin{cases} E \in AB \subset (SAB) \\ E \in CD \subset (SCD) \end{cases}$ suy ra $E \in (SAB) \cap (SCD)$.

Vậy SE là giao tuyến của (SAB) và (SCD) .

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t < 24$) cho bởi công thức $h = \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right) + 5$. Hỏi

trong ngày mực nước xuống thấp nhất trễ nhất là mấy giờ?

Phương pháp giải:

Mực nước thấp nhất khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right)$ nhỏ nhất.

Sử dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải chi tiết:

Mực nước thấp nhất khi $h = \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right) + 5$ nhỏ nhất, hay $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right)$ nhỏ nhất.

$$\text{Khi đó } \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right) = -1 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} = \pi + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{6} = 1 + 12k \Leftrightarrow t = 6 + 12k.$$

$$\text{Ta có } 0 \leq t < 24 \Leftrightarrow 0 \leq 6 + 12k < 24 \Leftrightarrow -6 \leq 12k < 18 \Leftrightarrow -2 \leq k < \frac{3}{2}.$$

Vậy $k = 0$ hoặc $k = 1$.

Với $k = 0$ thì $t = 6 + 12 \cdot 0 = 6$.

Với $k = 1$ thì $t = 6 + 12 \cdot 1 = 18$.

Vậy mực nước của kênh thấp nhất trễ nhất vào thời điểm $t = 18$ (giờ).

Đáp án: 18.

Câu 2. Người ta thiết kế số ghế ngồi trên khán đài một sân vận động bóng đá như sau. Hàng ghế đầu tiên gần sân bóng đá nhất có 1600 ghế. Kể từ hàng thứ hai trở đi, mỗi hàng liền sau hơn hàng liền trước 400 ghế. Muốn sức chứa trên khán đài có ít nhất 222000 ghế thì cần phải thiết kế ít nhất bao nhiêu hàng ghế?

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tổng n số hạng đầu của cấp số cộng: $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$.

Lời giải chi tiết:

Số ghế mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 1600$ và $d = 400$.

Tổng số ghế trong rạp là:

$$222000 = \frac{n[2.1600 + (n-1).400]}{2} \Leftrightarrow 444000 = n(2800 + 400n) \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -37 \end{cases}$$

Giá trị n thỏa mãn là $n = 30$.

Vậy cần thiết kế ít nhất 30 hàng ghế.

Đáp án: 30.

Câu 3. Tìm công bội của cấp số nhân thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases}$ là $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a + b$ là bao

nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 = 135 \\ u_1q^3 + u_1q^4 + u_1q^5 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 135 \\ u_1q^3(1 + q + q^2) = 40 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow q^3 = \frac{40}{135} \Leftrightarrow q = \frac{2}{3}.$$

Suy ra $a = 2, b = 3$. Vậy $a + b = 2 + 3 = 5$.

Đáp án: 5.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{a(x+2)}{x^3+8} & \text{khi } x > -2 \\ 2x+b & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$. Với a, b là các số thực. Để hàm số đã cho liên tục tại x

$= -2$ thì $a - 12b$ bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Hàm số liên tục tại x_0 khi $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) = b - 4.$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{a(x+2)}{x^3+8} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{a(x+2)}{(x+2)(x^2-2x+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{a}{x^2-2x+4} = \frac{a}{(-2)^2-2.(-2)+4} = \frac{a}{12}.$$

Để hàm số liên tục tại $x = -2$ thì $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2)$.

$$\text{Suy ra } \frac{a}{12} = b - 4 \Leftrightarrow a = 12b - 48 \Leftrightarrow a - 12b = -48.$$

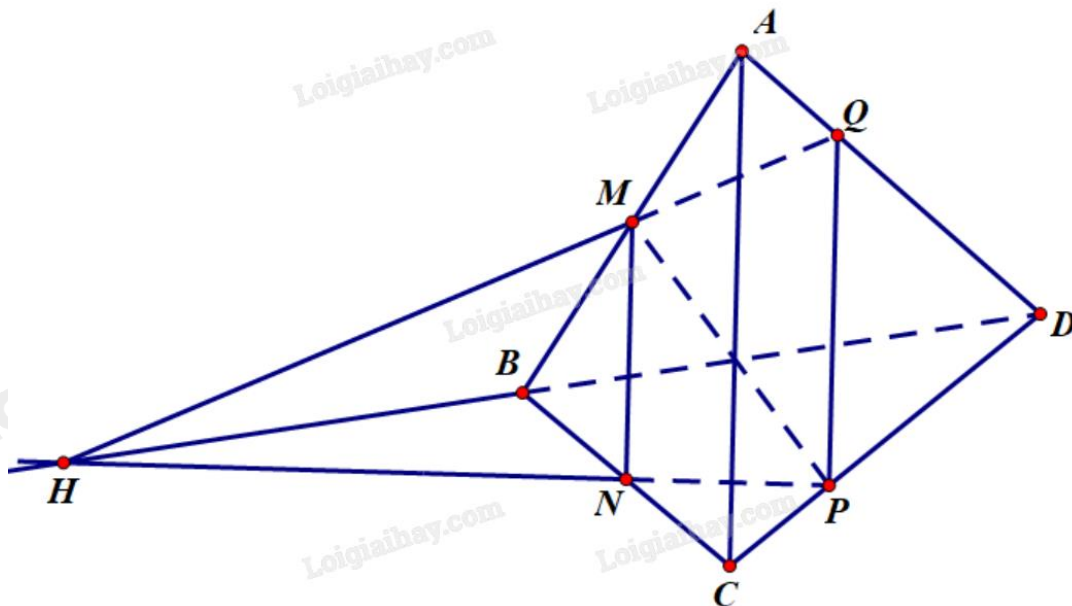
Đáp án: -48.

Câu 5. Cho tứ diện ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. P là điểm thuộc CD sao cho $PD = 2PC$. Gọi Q là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP). Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Thales, tính chất các giao tuyến của ba mặt phẳng cắt nhau.

Lời giải chi tiết:



Vì $PD = 2PC$ nên $\frac{CP}{CD} = \frac{1}{3}$.

Xét trong mặt phẳng (BCD) có NP không song song với BD do $\frac{CN}{CB} \neq \frac{CP}{CD} \left(\frac{1}{2} \neq \frac{1}{3} \right)$.

Giả sử NP cắt BD tại H. Khi đó $\begin{cases} H \in NP \subset (MNP) \\ H \in BD \subset (ABD) \end{cases}$ suy ra $H \in (MNP) \cap (ABD)$ (1)

Mặt khác $\begin{cases} M \in (MNP) \\ H \in AB \subset (ABD) \end{cases}$ suy ra $M \in (MNP) \cap (ABD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra MH là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABD).

Xét trong mặt phẳng (ABD), giả sử MH cắt AD tại Q'.

Khi đó $\begin{cases} Q' \in MH \subset (MNP) \\ Q' \in AD \end{cases}$, suy ra Q' là giao điểm của AD và mặt phẳng (MNP).

Do đó Q' trùng Q.

Xét tam giác ABC có MN là đường trung bình, suy ra $MN \parallel AC$.

Ta có
$$\begin{cases} (ABC) \cap (ACD) = AC \\ (ABC) \cap (MNP) = MN \\ (ACD) \cap (MNP) = PQ \\ MN // AC \end{cases} \text{ suy ra } PQ // MN // AC.$$

Xét tam giác ACD có $PQ // AC$: $\frac{AQ}{AD} = \frac{CP}{CD} = \frac{1}{3} \approx 0,33$.

Đáp án: 0,33.

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng

(SAD) và (SBC). Gọi M là trung điểm của BC, N là điểm thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{4}$. Gọi E là giao

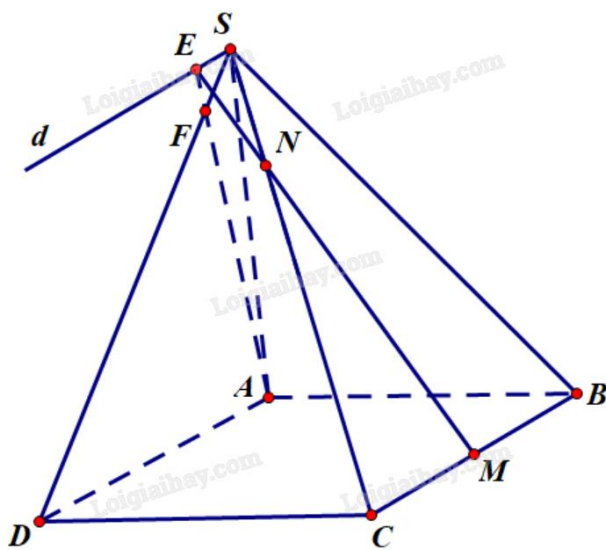
điểm của MN và d, F là giao điểm của AE và SD. Tính tỉ số $\frac{S_{FDA}}{S_{FSE}}$?

Phương pháp giải:

Tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

Sử dụng tính chất của các đường thẳng song song, tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng, hệ quả của định lí Thales.

Lời giải chi tiết:



ABCD là hình bình hành suy ra $AD // BC$.

Ta có
$$\begin{cases} AD // BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ S \in (SAD) \cap (SBC) \end{cases} \text{ suy ra } d \text{ là đường thẳng qua } S \text{ song song với } AD, BC.$$

Xét mặt phẳng (SBC), giả sử MN cắt d tại E. Khi đó $ES // MN$.

Theo hệ quả của định lí Thales, ta có $\frac{NS}{NC} = \frac{ES}{MC} = \frac{1}{3}$.

$$\text{Mà } MC = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AD.$$

$$\text{Suy ra } \frac{ES}{AD} = \frac{1}{6}.$$

Vì $ES \parallel AD$ nên tam giác FSE đồng dạng với tam giác FDA.

$$\text{Vậy } \frac{S_{FDA}}{S_{FSE}} = \left(\frac{AD}{ES} \right)^2 = 6^2 = 36.$$

Đáp án: 36.