

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 7

Môn: Toán học - Lớp 11

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 11.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Số nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$?

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $-\frac{3\pi}{4}$

D. $-\frac{\pi}{4}$

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = \cos x$ có tính chất nào dưới đây?

A. Đối xứng qua gốc tọa độ

B. Đối xứng qua trục hoành

C. Đối xứng qua trục tung

D. Đối xứng qua điểm $I(0;1)$

Câu 3. Cho dãy số vô hạn (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 4 của dãy số.

A. 21

B. 29

C. 11

D. 13

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6

B. 9

C. 4

D. 5

Câu 5. Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8

B. 9

C. 6

D. 4

Câu 6. Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

A. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{n+1}{n}$

B. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{1}{n}$

C. Dãy (v_n) với $v_n = 2023$

D. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{2n+3}{n}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 3$

B. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -2$

C. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$

D. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -3$

Câu 8. Điều kiện để hai đường thẳng trong không gian song song với nhau là

A. Không có điểm chung

B. Đồng phẳng hoặc không có điểm chung

C. Đồng phẳng

D. Đồng phẳng và không có điểm chung

Câu 9. Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song

B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau

C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau

D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau

Câu 10. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Chọn khẳng định đúng?

- A. MN//(BCD)
 B. MN//(ACD)
 C. MN//(ABD)
 D. MN//(ABC)

Câu 11. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Giá trị đại diện của nhóm thứ hai là

- A. 8
 B. 7
 C. 9
 D. 2

Câu 12. Thống kê chiều cao của học sinh lớp 11A ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao (cm)	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)
Số học sinh	8	12	11	8	3

Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 168 cm trở lên?

- A. 11
 B. 20
 C. 31
 D. 8

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho góc $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

a) $\cot \alpha < 0$.

b) $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha < 0$.

c) Nếu $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ thì $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

d) Nếu $\sin 2\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ thì $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó:

a) $a + b = 8$.

b) $a - b = -7$.

c) Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$.

d) Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang với hai cạnh đáy là AD và BC , đáy lớn là AD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD .

a) $MN // BC$.

b) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AD .

c) Gọi $AB \cap CD = \{E\}$, $\{F\} = SB \cap ME$. Khi đó $SB \cap (MCD) = \{F\}$.

d) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AB .

Câu 4. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)	[8, 5; 9)	[9; 9, 5)	[9, 5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

a) Cỡ mẫu là $n = 50$.

b) Nhóm chứa một của mẫu số liệu là $[8; 8, 5)$.

c) Một của mẫu số liệu bằng $M_0 = 8,12$.

d) Số trung bình của mẫu số liệu làm tròn đến hàng phần nghìn là $\bar{x} = 8,122$.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong

kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t < 24$) cho bởi công thức $h = \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right) + 5$. Hỏi

trong ngày mực nước xuống thấp nhất trễ nhất là mấy giờ?

Câu 2. Người ta thiết kế số ghế ngồi trên khán đài một sân vận động bóng đá như sau. Hàng ghế đầu tiên gần sân bóng đá nhất có 1600 ghế. Kể từ hàng thứ hai trở đi, mỗi hàng liền sau hơn hàng liền trước 400 ghế. Muốn sức chứa trên khán đài có ít nhất 222000 ghế thì cần phải thiết kế ít nhất bao nhiêu hàng ghế?

Câu 3. Tìm công bội của cấp số nhân thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases}$ là $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a + b$ là bao nhiêu?

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{a(x+2)}{x^3+8} & \text{khi } x > -2 \\ 2x+b & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$. Với a, b là các số thực. Để hàm số đã cho liên tục tại x

$= -2$ thì $a - 12b$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC . P là điểm thuộc CD sao cho $PD =$

$2PC$. Gọi Q là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (giây)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu bằng bao nhiêu?

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1. B	2. C	3. B	4. D	5. C	6. B
7. C	8. D	9. C	10. A	11. A	12. A

Câu 1. Số nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$?

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $-\frac{3\pi}{4}$

D. $-\frac{\pi}{4}$

Phương pháp giải:

Tra bảng giá trị lượng giác hoặc sử dụng máy tính cá nhân.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Đáp án B.

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = \cos x$ có tính chất nào dưới đây?

A. Đối xứng qua gốc tọa độ

B. Đối xứng qua trục hoành

C. Đối xứng qua trục tung

D. Đối xứng qua điểm $I(0;1)$ **Phương pháp giải:**

Sử dụng tính chất của hàm số và đồ thị hàm số $y = \cos x$.

Lời giải chi tiết:

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục tung.

Đáp án C.

Câu 3. Cho dãy số vô hạn (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 4 của dãy số.

A. 21

B. 29

C. 11

D. 13

Phương pháp giải:

Tìm lần lượt 4 số hạng đầu của dãy số.

Lời giải chi tiết:Ta có: $u_1 = 1$; $u_2 = 2.1 + 3 = 5$; $u_3 = 2.5 + 3 = 13$; $u_4 = 2.13 + 3 = 29$.**Đáp án B.****Câu 4.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6

B. 9

C. 4

D. 5

Phương pháp giải:

$$u_{n+1} = u_n + d.$$

Lời giải chi tiết:Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow 3 = 1 + d \Leftrightarrow d = 2$.Suy ra $u_3 = u_2 + d = 3 + 2 = 5$.**Đáp án D.****Câu 5.** Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8

B. 9

C. 6

D. 4

Phương pháp giải:

$$u_n = u_1 q^{n-1}.$$

Lời giải chi tiết:

$$u_2 = u_1 q = 3.2 = 6.$$

Đáp án C.**Câu 6.** Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

A. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{n+1}{n}$

B. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{1}{n}$

C. Dãy (v_n) với $v_n = 2023$

D. Dãy (v_n) với $v_n = \frac{2n+3}{n}$

Phương pháp giải:

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim_{n \rightarrow \infty} 2023 = 2023$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n} = 2$.

Đáp án B.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 3$

B. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -2$

C. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$

D. $f(x)$ liên tục tại $x_0 = -3$

Phương pháp giải:

$f(x)$ không liên tục tại điểm hàm số không xác định.

Lời giải chi tiết:

Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, do đó hàm số không liên tục tại $x_0 = 2$.

Đáp án C.

Câu 8. Điều kiện để hai đường thẳng trong không gian song song với nhau là

A. Không có điểm chung

B. Đồng phẳng hoặc không có điểm chung

C. Đồng phẳng

D. Đồng phẳng và không có điểm chung

Phương pháp giải:

Sử dụng kiến thức về điều kiện để hai đường thẳng trong không gian song song với nhau.

Lời giải chi tiết:

Điều kiện để hai đường thẳng trong không gian song song với nhau là đồng phẳng và không có điểm chung.

Đáp án D.

Câu 9. Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song

B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau

C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau

D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất của phép chiếu song song.

Lời giải chi tiết:

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.

Đáp án C.

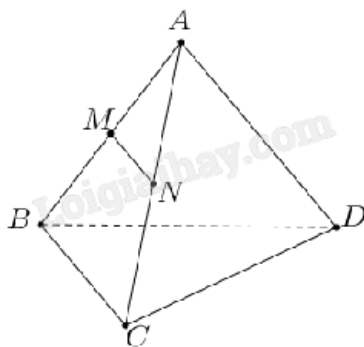
Câu 10. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Chọn khẳng định đúng?

- A. $MN // (BCD)$
- B. $MN // (ACD)$
- C. $MN // (ABD)$
- D. $MN // (ABC)$

Phương pháp giải:

Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với một đường thẳng trong mặt phẳng đó.

Lời giải chi tiết:



Xét tam giác ABC có MN là đường trung bình, suy ra $MN // BC$.

Mà $MN \not\subset (BCD)$, $BC \subset (BCD)$.

Suy ra $MN // (BCD)$.

Đáp án A.

Câu 11. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Giá trị đại diện của nhóm thứ hai là

- A. 8
- B. 7
- C. 9
- D. 2

Phương pháp giải:

Giá trị đại diện của nhóm là trung bình cộng của đầu mút trái và đầu mút phải nhóm đó.

Lời giải chi tiết:

Giá trị đại diện của nhóm thứ hai là $\frac{7+9}{2} = 8$.

Đáp án A.

Câu 12. Thống kê chiều cao của học sinh lớp 11A ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao (cm)	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)
Số học sinh	8	12	11	8	3

Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 168 cm trở lên?

- A. 11
- B. 20
- C. 31
- D. 8

Phương pháp giải:

Số học sinh cần tìm là tổng tần số của các nhóm chứa giá trị từ 168 cm trở lên.

Lời giải chi tiết:

Số học sinh có chiều cao từ 168 cm trở lên là $8 + 3 = 11$.

Đáp án A.**Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)**

Câu 1. Cho góc $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

a) $\cot \alpha < 0$.

b) $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha < 0$.

c) Nếu $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ thì $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

d) Nếu $\sin 2\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ thì $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

Phương pháp giải:

a) Dựa vào vị trí tia cuối của góc lượng giác để nhận xét dấu của giá trị lượng giác.

b) Sử dụng công thức $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$.

c) Sử dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ và dựa vào vị trí tia cuối của góc lượng giác để nhận xét dấu của giá trị lượng giác.

d) Sử dụng công thức nhân đôi $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ nên tia cuối của góc lượng giác nằm ở góc phần tư thứ IV.

Khi đó: $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$. Suy ra $\cot \alpha < 0$.

b) Sai. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$.

c) Đúng. Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.

Vì $\cos \alpha > 0$ nên $\cos \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$.

d) Đúng. Ta có: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha$

$$= 1 + \sin 2\alpha = 1 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 2. Cho $u_n = \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}}$. Biết $\lim u_n = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó:

a) $a + b = 8$.

b) $a - b = -7$.

c) Bộ ba số $a; b; 13$ tạo thành một cấp số cộng có công sai $d = 7$.

d) Bộ ba số $a; b; 49$ tạo thành một cấp số nhân có công bội $q = 7$.

Phương pháp giải:

Chia cả tử và mẫu của u_n cho 7^n .

Áp dụng công thức $\lim q^n = 0$ khi $|q| < 1$.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có } \lim u_n = \lim \frac{7^n + 2^{2n-1} + 3^{n+1}}{7^{n+1} + 5^{n-1}} = \lim \frac{7^n + 4^n \cdot 2^{-1} + 3^n \cdot 3}{7^n \cdot 7 + 5^n \cdot 5^{-1}}$$

$$= \lim \frac{1 + \left(\frac{4}{7}\right)^n \cdot 2^{-1} + \left(\frac{3}{7}\right)^n \cdot 3}{1 \cdot 7 + \left(\frac{5}{7}\right)^n \cdot 5^{-1}} = \frac{1 + 0 + 0}{7 + 0} = \frac{1}{7}.$$

Vậy $\frac{a}{b} = \frac{1}{7}$ hay $a = 1, b = 7$.

a) Đúng. $a + b = 1 + 7 = 8$.

b) Sai. $a - b = 1 - 7 = -6$.

c) Sai. 1; 7; 13 tạo thành cấp số cộng có công sai bằng $d = 6$.

d) Đúng. 1; 7; 49 tạo thành cấp số nhân có công bội $q = 7$.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang với hai cạnh đáy là AD và BC, đáy lớn là AD. Gọi M, N là lần lượt là trung điểm của SA và SD.

a) MN//BC.

b) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AD.

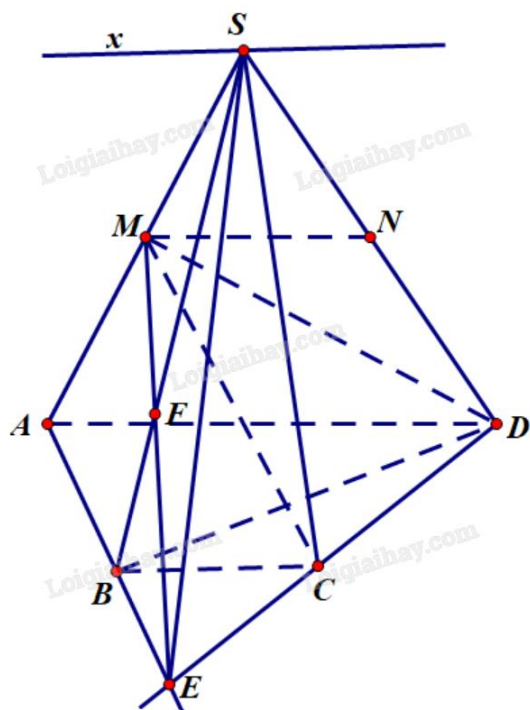
c) Gọi $AB \cap CD = \{E\}$, $\{F\} = SB \cap ME$. Khi đó $SB \cap (MCD) = \{F\}$.

d) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AB.

Phương pháp giải:

Sử dụng các điều kiện, tính chất của đường thẳng và mặt phẳng song song.

Lời giải chi tiết:



a) **Đúng.** Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN \parallel AD$.

Mà $AD \parallel BC$ vì ABCD là hình thang có hai đáy AD, BC.

Suy ra $MN \parallel BC$.

b) **Đúng.** Ta có $\begin{cases} AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ S \in (SAD) \cap (SBC) \end{cases}$ suy ra giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S, song

song với AD, BC.

c) **Đúng.** Vì $E \in AB \subset (SAB)$ suy ra $ME \subset (SAB)$.

Xét trong mặt phẳng (SAB) có $\{F\} = SB \cap ME$ (giả thiết) nên $F \in SB$ (1)

Vì $E \in CD \subset (MCD)$ nên $ME \subset (MCD)$.

Mà $F \in ME$ suy ra $F \in (MCD)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $SB \cap (MCD) = \{F\}$.

d) **Sai.** Ta có $S \in (SAB) \cap (SCD)$.

Mặt khác $\begin{cases} E \in AB \subset (SAB) \\ E \in CD \subset (SCD) \end{cases}$ suy ra $E \in (SAB) \cap (SCD)$.

Vậy SE là giao tuyến của (SAB) và (SCD).

Câu 4. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)	[8, 5; 9)	[9; 9, 5)	[9, 5; 10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

a) Cỡ mẫu là $n = 50$.

b) Nhóm chứa một của mẫu số liệu là $[8; 8,5)$.

c) Một của mẫu số liệu bằng $M_0 = 8,12$.

d) Số trung bình của mẫu số liệu làm tròn đến hàng phần nghìn là $\bar{x} = 8,122$.

Phương pháp giải:

a) Cỡ mẫu bằng tổng tần số trong bảng số liệu.

b) Nhóm chứa một có tần số lớn nhất trong bảng số liệu.

c) Công thức tính một thuộc nhóm $[u_m; u_{m+1})$:

$$M_0 = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1})(n_m - n_{m+1})} \cdot (u_{m+1} - u_m); \text{ trong đó } n_m \text{ là tần số nhóm thứ } m.$$

d) Công thức tính số trung bình: $\bar{x} = \frac{c_1 n_1 + c_2 n_2 + \dots + c_k n_k}{N}$; trong đó N là kích thước của bảng tần số k

nhóm, n_i là tần số nhóm i , c_i là giá trị đại diện nhóm i ($1 \leq i \leq k$).

Lời giải chi tiết:

a) Sai. $n = 8 + 10 + 16 + 24 + 13 + 7 + 4 = 82$.

b) Đúng. Nhóm chứa một là $[8; 8,5)$.

c) Sai. $M_0 = 8 + \frac{24 - 16}{(24 - 16)(24 - 13)} \cdot (8,5 - 8) = \frac{177}{22} = 8,0(45)$.

d) Đúng. $\bar{x} = \frac{6,75 \cdot 8 + 7,25 \cdot 10 + 7,75 \cdot 16 + 8,25 \cdot 24 + 8,75 \cdot 13 + 9,25 \cdot 7 + 9,75 \cdot 4}{82} = \frac{333}{41} \approx 8,122$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong

kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t < 24$) cho bởi công thức $h = \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right) + 5$. Hỏi

trong ngày mực nước xuống thấp nhất trễ nhất là mấy giờ?

Phương pháp giải:

Mực nước thấp nhất khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right)$ nhỏ nhất.

Sử dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải chi tiết:

Mức nước thấp nhất khi $h = \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right) + 5$ nhỏ nhất, hay $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right)$ nhỏ nhất.

$$\text{Khi đó } \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 2\pi\right) = -1 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} = \pi + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{6} = 1 + 12k \Leftrightarrow t = 6 + 12k.$$

$$\text{Ta có } 0 \leq t < 24 \Leftrightarrow 0 \leq 6 + 12k < 24 \Leftrightarrow -6 \leq 12k < 18 \Leftrightarrow -2 \leq k < \frac{3}{2}.$$

Vậy $k = 0$ hoặc $k = 1$.

Với $k = 0$ thì $t = 6 + 12 \cdot 0 = 6$.

Với $k = 1$ thì $t = 6 + 12 \cdot 1 = 18$.

Vậy mức nước của kênh thấp nhất trở lại vào thời điểm $t = 18$ (giờ).

Đáp án: 18.

Câu 2. Người ta thiết kế số ghế ngồi trên khán đài một sân vận động bóng đá như sau. Hàng ghế đầu tiên gần sân bóng đá nhất có 1600 ghế. Kể từ hàng thứ hai trở đi, mỗi hàng liên sau hơn hàng liên trước 400 ghế. Muốn sức chứa trên khán đài có ít nhất 222000 ghế thì cần phải thiết kế ít nhất bao nhiêu hàng ghế?

Phương pháp giải:

$$\text{Sử dụng công thức tổng } n \text{ số hạng đầu của cấp số cộng: } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$

Lời giải chi tiết:

Số ghế mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 1600$ và $d = 400$.

Tổng số ghế trong rạp là:

$$222000 = \frac{n[2 \cdot 1600 + (n-1) \cdot 400]}{2} \Leftrightarrow 444000 = n(2800 + 400n) \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -37 \end{cases}$$

Giá trị n thỏa mãn là $n = 30$.

Vậy cần thiết kế ít nhất 30 hàng ghế.

Đáp án: 30.

Câu 3. Tìm công bội của cấp số nhân thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases}$ là $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a + b$ là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1 q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 = 135 \\ u_1q^3 + u_1q^4 + u_1q^5 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 135 \\ u_1q^3(1 + q + q^2) = 40 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow q^3 = \frac{40}{135} \Leftrightarrow q = \frac{2}{3}.$$

Suy ra $a = 2$, $b = 3$. Vậy $a + b = 2 + 3 = 5$.

Đáp án: 5.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{a(x+2)}{x^3+8} & \text{khi } x > -2 \\ 2x+b & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$. Với a, b là các số thực. Để hàm số đã cho liên tục tại x

$= -2$ thì $a - 12b$ bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Hàm số liên tục tại x_0 khi $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) = b - 4.$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{a(x+2)}{x^3+8} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{a(x+2)}{(x+2)(x^2-2x+4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{a}{x^2-2x+4} = \frac{a}{(-2)^2-2 \cdot (-2)+4} = \frac{a}{12}. \end{aligned}$$

Để hàm số liên tục tại $x = -2$ thì $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2)$.

$$\text{Suy ra } \frac{a}{12} = b - 4 \Leftrightarrow a = 12b - 48 \Leftrightarrow a - 12b = -48.$$

Đáp án: -48.

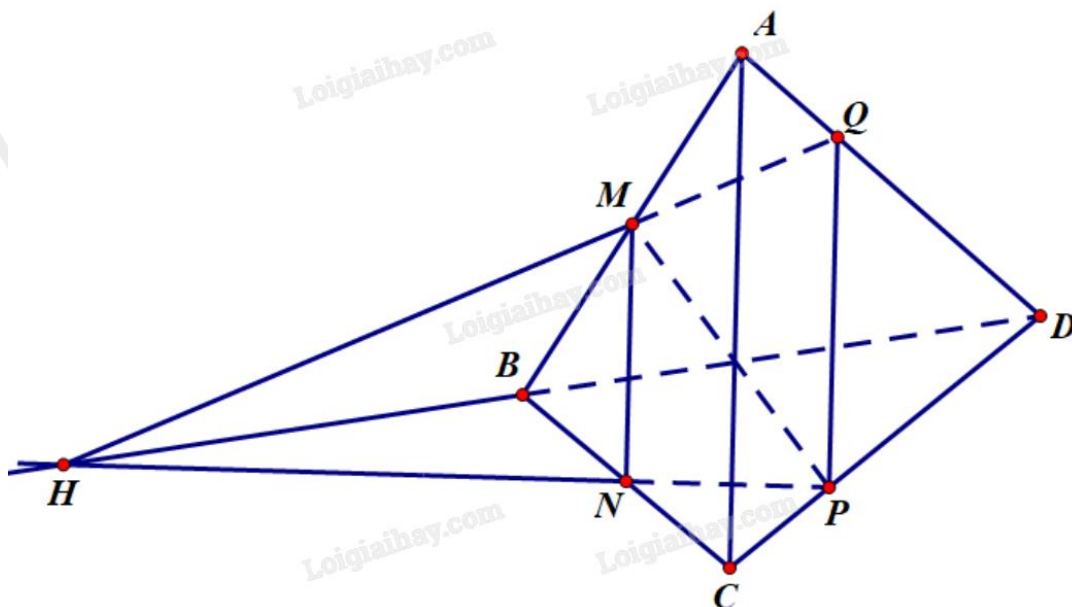
Câu 5. Cho tứ diện ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. P là điểm thuộc CD sao cho PD =

2PC. Gọi Q là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP). Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$ (làm tròn đến hàng phân trăm).

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Thales, tính chất các giao tuyến của ba mặt phẳng cắt nhau.

Lời giải chi tiết:



Vì $PD = 2PC$ nên $\frac{CP}{CD} = \frac{1}{3}$.

Xét trong mặt phẳng (BCD) có NP không song song với BD do $\frac{CN}{CB} \neq \frac{CP}{CD} \left(\frac{1}{2} \neq \frac{1}{3} \right)$.

Giả sử NP cắt BD tại H. Khi đó $\begin{cases} H \in NP \subset (MNP) \\ H \in BD \subset (ABD) \end{cases}$ suy ra $H \in (MNP) \cap (ABD)$ (1)

Mặt khác $\begin{cases} M \in (MNP) \\ H \in AB \subset (ABD) \end{cases}$ suy ra $M \in (MNP) \cap (ABD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra MH là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABD).

Xét trong mặt phẳng (ABD), giả sử MH cắt AD tại Q'.

Khi đó $\begin{cases} Q' \in MH \subset (MNP) \\ Q' \in AD \end{cases}$, suy ra Q' là giao điểm của AD và mặt phẳng (MNP).

Do đó Q' trùng Q.

Xét tam giác ABC có MN là đường trung bình, suy ra $MN // AC$.

Ta có $\begin{cases} (ABC) \cap (ACD) = AC \\ (ABC) \cap (MNP) = MN \\ (ACD) \cap (MNP) = PQ \\ MN // AC \end{cases}$ suy ra $PQ // MN // AC$.

Xét tam giác ACD có $PQ // AC$: $\frac{AQ}{AD} = \frac{CP}{CD} = \frac{1}{3} \approx 0,33$.

Đáp án: 0,33.

Câu 6. Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (giây)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Tính Q_3 .

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu: $n = 8 + 10 + 7 + 5 + 2 + 1 = 33$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{33}$ là số thời gian thực hiện cuộc gọi sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$Q_3 = \frac{x_{25} + x_{26}}{2}.$$

Vì $x_{25} \in [120; 180)$ và $x_{26} \in [180; 240)$ nên $Q_3 = 180$.

Đáp án: 180.