ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 8

Môn: Toán học - Lớp 11

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1. C	2. D	3. A	4. C	5. D	6. B
7. A	8. A	9. D	10. B	11. A	12. B

Câu 1. Khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác, góc lượng giác nào trong các góc lượng giác có số đo dưới đây có cùng điểm cuối với góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{4}$?

A. $\frac{10\pi}{3}$

B. $-\frac{5\pi}{4}$

C. $\frac{25\pi}{4}$

D. $\frac{7\pi}{4}$

Phương pháp giải:

Các góc lượng giác hơn kém nhau $k2\pi$ có cùng điểm cuối.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\frac{25\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 3.2\pi$.

Đáp án C.

Câu 2. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$

B. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \ge 0$

C. $\tan(\alpha + \pi) < 0$

D. $\tan(\alpha + \pi) > 0$

Phương pháp giải:

Dựa vào vị trí điểm cuối của góc lượng giác để xét dấu.

Lời giải chi tiết:

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\frac{\pi}{2} < \alpha + \frac{\pi}{2} < \pi$. Khi đó $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$, $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$ suy ra $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$.

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó $\sin(\alpha + \pi) < 0$, $\cos(\alpha + \pi) < 0$ suy ra $\tan(\alpha + \pi) > 0$.

Đáp án D.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Số hạng thứ 9 của dãy là

A. $u_9 = \frac{1}{10}$

B. $u_9 = \frac{-1}{10}$

C. $u_9 = \frac{-1}{9}$

D. $u_9 = \frac{1}{9}$

Phương pháp giải:

Thay 9 vào n và tính.

Lời giải chi tiết:

$u_9 = \frac{(-1)^{9-1}}{9+1} = \frac{1}{10}$.

Đáp án A.

Câu 4. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. 1; -2; -4; -6; -8

B. 1; -3; -6; -9; -12

C. 1; -3; -7; -11; -15

D. 1; -3; -5; -7; -9

Phương pháp giải:

Dãy số $\left(u_n\right)$ có tính chất $u_{n+1}=u_n+d$ thì được gọi là một cấp số cộng.

Lời giải chi tiết:

Ta thấy dãy số 1; -3; -7; -11; -15 là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1=1$ và công sai d = -4.

Đáp án C.

Câu 5. Cho dãy số $\left(u_n\right)$ là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=4$, công bội q = 3. Giá trị của u_2 bằng

A. 8

B. 9

C. 6

D. 12

Phương pháp giải:

$u_n=u_1q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

$u_2=u_1q=4.3=12$.

Đáp án D.

Câu 6. Giới hạn $\lim\frac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$

B. 0

C. $+\infty$

D. $\frac{1}{5}$

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tính giới hạn của dãy số.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim(2n+5)=+\infty$ suy ra $\lim\frac{1}{2n+5}=0$.

Đáp án B.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x-1}{x+2}$. Hàm số gián đoạn tại điểm

A. $x_0=-2$

B. $x_0 = \frac{1}{2}$

C. $x_0 = 2$

D. $x_0 = 1$

Phương pháp giải:

f(x) gián đoạn tại điểm mà hàm số không xác định.

Lời giải chi tiết:

Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, do đó hàm số không liên tục tại $x_0 = -2$.

Đáp án A.

Câu 8. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua hai điểm

B. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng

C. Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa

D. Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó

Phương pháp giải:

Sử dụng khái niệm, tính chất của đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.

Lời giải chi tiết:

A sai vì mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua ba điểm.

Đáp án A.

Câu 9. Cho tứ diện ABCD. Cặp đường thẳng nào sau đây chéo nhau?

A. AB, AD

B. AB, CB

C. BC, BD

D. BC, AD

Phương pháp giải:

Dựa vào định nghĩa tứ diện.

Lời giải chi tiết:

BC, AD là hai đường chéo nhau.

Đáp án D.

Câu 10. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình chữ nhật

B. Hình thang

C. Hình bình hành

D. Hình thoi

Phương pháp giải:

Dựa vào tính chất của phép chiếu song song.

Lời giải chi tiết:

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Vì hình chữ nhật có hai cặp cạnh song song nên hình chiếu của nó cũng phải là tứ giác có hai cặp cạnh song song hoặc trở thành một đoạn thẳng.

Vì hình thang chỉ có một cặp cạnh song song nên không thể là hình chiếu của hình chữ nhật.

Đáp án B.

Câu 11. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim(4+u_n)=3$. Giá trị của $\lim(u_n)$ bằng

A. -1

B. 1

C. 7

D. 3

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất của giới hạn.

Lời giải chi tiết:

$\lim(4+u_n)=3 \Leftrightarrow \lim 4+\lim u_n=3 \Leftrightarrow \lim u_n=3-\lim 4=3-4=-1$.

Đáp án A.

Câu 12. Công thức nào sau đây sai?

A. $\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$

B. $\cos(a+b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$

C. $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$

D. $\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$

Phương pháp giải:

Dựa vào công thức cộng lượng giác.

Lời giải chi tiết:

B sai vì $\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$.

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho hàm số y = sinx.

a) sinx < 0 khi $-\frac{\pi}{2}<x<0$.

b) Hàm số y = sinx là hàm số lẻ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

c) Phương trình sinx = 1 có nghiệm $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

d) Hàm số y = sinx có chặn dưới là 0.

Phương pháp giải:

a) Dựa vào vị trí điểm cuối của góc lượng giác để nhận xét dấu của giá trị lượng giác.

b) Hàm số f(x) là hàm số lẻ khi thỏa mãn các điều kiện:

- Nếu $x \in D$ thì $-x \in D$.

- Có $f(-x) = -f(x)$.

c) Sử dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

d) Dựa vào tập giá trị của hàm số.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ nên điểm cuối của góc lượng giác nằm ở góc phần tư thứ IV.

Khi đó sinx < 0.

b) Đúng. Tập xác định của hàm số y = sinx là $D = \mathbb{R}$ nên $x \in D$ thì $-x \in D$.

Mặt khác $f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$.

Vậy hàm số y = sinx là hàm số lẻ.

c) Sai. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

d) Sai. Ta có $-1 \le \sin x \le 1$ nên hàm số y = sinx có chặn dưới là -1.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2023; u_2 = 2024 \\ 2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \end{cases}$ với $n \ge 1$.

a) Dãy $(v_n): v_n = u_n - u_{n-1}$ là dãy không đổi.

b) Biểu thị u_n qua u_{n-1} ta được $u_n = u_{n-1} + 1$.

c) $u_3 = 2025$.

d) $u_{2024} = 4044$.

Phương pháp giải:

Chứng minh dãy trên là cấp số cộng thông qua tính chất của cấp số cộng rồi sử dụng công thức số hạng tổng quát.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có $2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \Leftrightarrow u_n = 2u_{n+1} - u_{n+2}$.

Từ đó, thay n - 1 vào n ta được

$$u_{n-1} = 2u_{n-1+1} - u_{n-1+2} \Leftrightarrow u_{n-1} = 2u_n - u_{n+1} \Leftrightarrow 2u_n = u_{n-1} + u_{n+1} \Leftrightarrow u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}.$$

Suy ra (u_n) là cấp số cộng, tức $u_n = u_{n-1} + d$.

Do đó $v_n = u_n - u_{n-1} = d$ không đổi.

b) Đúng. (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = u_2 - u_1 = 2024 - 2023 = 1$.

Do đó $u_n = u_{n-1} + d = u_{n-1} + 1$.

c) Đúng. $u_3 = u_2 + d = 2024 + 1 = 2025$.

d) Sai. $u_{2024} = u_1 + (2024-1).d = 2023 + (2024-1).1 = 4046$.

Câu 3. Cho g(x) = $\begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 6}{x+2} & \text{khi } x \ne -2 \\ 2x + a & \text{khi } x = -2 \end{cases}$.

a) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 - x - 6}{x+2} = -4$.

b) g(x) liên tục tại x = -2 thì a = 1.

c) g(x) liên tục tại x = -2 thì bộ ba số a; 2; 5 tạo thành một cấp số cộng.

d) g(x) liên tục tại x = -2 thì bộ ba số 1; a; 1 tạo thành một cấp số nhân.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tính giới hạn của hàm số tại một điểm.

Hàm số f(x) liên tục tại x_0 khi $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Lời giải chi tiết:

a) Sai $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 - x - 6}{x+2} = \lim\limits_{x \to -2} \dfrac{(x-3)(x+2)}{x+2} = \lim\limits_{x \to -2} (x-3) = -2 - 3 = -5$.

b) Sai. Ta có:

$\lim\limits_{x \to -2} g(x) = \lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 - x - 6}{x+2} = -5$;

$g(-2) = 2.(-2) + a = a - 4$.

Để g(x) liên tục tại x = -2 thì $\lim\limits_{x \to -2} g(x) = g(-2) \Leftrightarrow -5 = a - 4 \Leftrightarrow a = -1$.

c) Đúng. Bộ ba số -1; 2; 5 tạo thành cấp số cộng với công sai d = 3.

d) Đúng. Bộ ba số 1; -1; 1 tạo thành một cấp số nhân với công bội q = -1.

Câu 4. Cho tứ diện ABCD có điểm G là trọng tâm tam giác ABD và điểm M thuộc cạnh BC sao cho MB = 2MC.

a) MG cắt AC.

b) MG//AB.

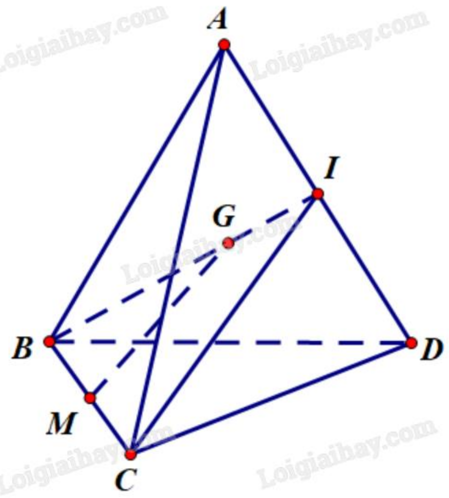
c) MG//(ACD).

d) $(BGM) \cap (ACD) = MG$.

Phương pháp giải:

Sử dụng các điều kiện, tính chất của đường thẳng và mặt phẳng song song.

Lời giải chi tiết:



Gọi I là trung điểm của AD. Khi đó BI là đường trung tuyến tam giác ABD.

Suy ra $\frac{BG}{BI} = \frac{2}{3}$.

Vì MB = 2MC suy ra $\frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$.

Xét tam giác BCI có $\frac{BG}{BI} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$ suy ra MG//CI (định lí Thales đảo).

Mà $MG \not\subset (ACD)$, $CI \subset (ACD)$ nên MG//(ACD).

a) Sai. Có MG//(ACD) mà $AC \subset (ACD)$ nên MG không cắt AC.

b) Sai. MG và AB là hai đường thẳng chéo nhau.

c) Đúng. MG//(ACD).

d) Sai. Ta có:

Vì $\begin{cases} C \in BM \subset (BMG) \\ C \in (ACD) \end{cases}$ nên $C \in (BGM) \cap (ACD)$.

Vì $\begin{cases} I \in BG \subset (BMG) \\ I \in AD \subset (ACD) \end{cases}$ nên $I \in (BGM) \cap (ACD)$.

Vậy $(BGM) \cap (ACD) = CI$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Chiều cao h (m) của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt đầu chuyển động được cho bởi công thức $h = 30 + 20\sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right)$. Sau bao nhiêu giây thì cabin đạt độ cao 40 m lần đầu tiên (viết kết quả ở dạng số thập phân)?

Phương pháp giải:

Giải phương trình $30 + 20\sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right) = 40$ và tìm nghiệm t dương nhỏ nhất.

Lời giải chi tiết:

$$30+20\sin\left(\frac{\pi}{25}t+\frac{\pi}{3}\right)=40\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{25}t+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{25}t+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{25}t+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ \frac{\pi}{25}t+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\frac{25}{6}+k50\\ t=\frac{25}{2}+k50\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\frac{25}{6}+k50\\ t=\frac{25}{2}+k50\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

Ta thấy nghiệm dương nhỏ nhất là $t=\frac{25}{2}=12,5$ (giây) khi k = 0.

Vậy sau 12,5 giây thì cabin đạt độ cao 40m lần đầu tiên.

Đáp án: 12,5.

Câu 2. Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu 20 m để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tổng n số hạng đầu của cấp số cộng: $S_n=\frac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2}$.

Lời giải chi tiết:

Số tiền khoan mỗi mét lập thành một cấp số cộng với $u_1=100$ và d = 30 (nghìn đồng).

Tổng số tiền cần để khoan 20m giếng là:

$$S_{20}=\frac{20.\left[2.100+(20-1).30\right]}{2}=7700.$$

Vậy số tiền cần thanh toán là 7700 nghìn đồng.

Đáp án: 7700.

Câu 3. Tìm công bội của cấp số nhân thỏa $\begin{cases}u_1+u_2+u_3=135\\u_4+u_5+u_6=40\end{cases}$ là $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị a + b là bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n=u_1q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{cases}u_1+u_5=51\\u_2+u_6=102\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+u_1q^4=51\\u_1q+u_1q^5=102\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1(1+q^4)=51\\u_1q(1+q^4)=102\end{cases}\Leftrightarrow q=\frac{102}{51}=2.$$

Suy ra $u_1=\frac{51}{1+2^4}=3$.

Vậy $u_3 = u_1q^2 = 3.2^2 = 12$.

Đáp án: 12.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} & \text{khi } x \ne 1 \\ m^2x & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$?

Phương pháp giải:

Hàm số liên tục tại x_0 khi $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

Lời giải chi tiết:

Ta có:

$f(1) = m^2.1 = m^2 \lim\limits_{x\to\infty}$.

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} = \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x+1\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x+1\right)} = \frac{1}{\left(\sqrt{1}+1\right)\left(1+1\right)} = \frac{1}{4}.$$

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m^2 = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m = \pm\dfrac{1}{2}$.

Vậy không có giá trị nguyên m nào để f(x) liên tục tại $x_0 = 1$.

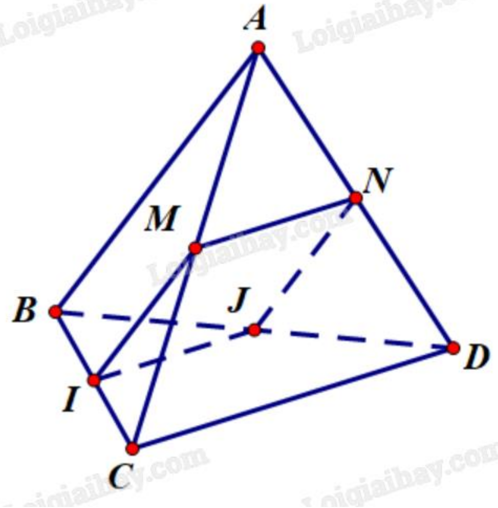
Đáp án: 0.

Câu 5. Cho tứ diện ABCD có I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và BD. Gọi (P) là mặt phẳng qua I, J và cắt hai cạnh AC và AD lần lượt tại M và N. Để IJNM là hình thoi thì AC = kAM và AB = mCD. Khi đó giá trị của k + m bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Thales.

Lời giải chi tiết:



Vì IJ là đường trung bình của tam giác ABC nên IJ//CD và $IJ = \frac{1}{2}CD$.

Để IJNM là hình thoi thì IJNM phải là hình bình hành và có NM = MI.

Để IJNM là hình bình hành thì cần MN//IJ và MN = IJ, hay MN//CD và $MN = \frac{1}{2}CD$.

Khi đó, MN là đường trung bình tam giác ACD, tức M, N lần lượt là trung điểm của AC, AD.

Do đó AC = 2AM nên k = 2.

Ta cũng có MI là đường trung bình tam giác ABC nên $MI = \frac{1}{2}AB$.

Để MN = MI thì AB = CD, suy ra m = 1.

Vậy k + m = 2 + 1 = 3.

Đáp án: 3.

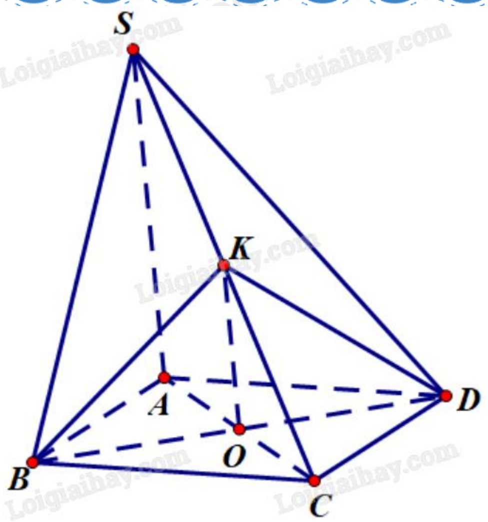
Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua BD và song song với SA, mặt phẳng (α) cắt SC tại K. Biết SK = mKC. Tính giá trị biểu thức $m^2 + 2$.

Phương pháp giải:

Sử dụng điều kiện và tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.

Sử dụng định lý Thales.

Lời giải chi tiết:



Mặt phẳng (α) qua BD, cắt AC tại K nên mặt phẳng (α) cũng là mặt phẳng (BKD).

Giả sử AC giao BD tại O. Khi đó O là trung điểm của AC, hay $\frac{OC}{AC}=\frac{1}{2}$.

Vì $O \in BD \subset (BKD)$ nên $OK \subset (BKD)$.

Vì SA//(BKD) nên SA không cắt OK (1)

Mà $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ K \in SC \subset (SAC) \end{cases}$ suy ra $OK \subset (SAC)$ (2)

Lại có $SA \subset (SAC)$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra SA//OK.

Xét tam giác SAC có OK//SA: $\frac{OC}{AC}=\frac{CK}{SC}=\frac{1}{2}$ (định lí Thales).

Suy ra SK = KC, do đó m = 1.

Vậy $m^2+2=1^2+2=3$.

Đáp án: 3.