ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 2

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1: A	Câu 2: A	Câu 3: D	Câu 4: C	Câu 5: C	Câu 6: A
Câu 7: D	Câu 8: B	Câu 9: A	Câu 10: D	Câu 11: B	Câu 12: D

Câu 1: Cặp số $(4;2)$ là nghiệm của hệ phương trình

A. $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x-y=2 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x-5y=8 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x-y=2 \\ x-5y=4 \end{cases}$.

Phương pháp

Thay $(4;2)$ vào các hệ phương trình xem hệ nào thỏa mãn.

Lời giải

Vì $\begin{cases} 4+2=6 \\ 4-2=2 \end{cases}$ nên cặp số $(4;2)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$.

Đáp án A.

Câu 2: Bất đẳng thức $a+1<3$ có vế trái là:

A. $a+1$. **B.** a. **C.** 1. **D.** 3.

Phương pháp

Hệ thức a < b là bất đẳng thức và a là vế trái, b là vế phải của bất đẳng thức.

Lời giải

Vế trái của bất đẳng thức là $a+1$.

Đáp án A.

Câu 3: So sánh hai số 2 và $1+\sqrt{2}$

A. Không thể so sánh. **B.** $2=1+\sqrt{2}$. **C.** $2>1+\sqrt{2}$. **D.** $2<1+\sqrt{2}$.

Phương pháp

Sử dụng tính chất của bất đẳng thức để so sánh.

Lời giải

Vì $1<2$ nên $1<\sqrt{2}$ suy ra $1+1<1+\sqrt{2}$ hay $2<1+\sqrt{2}$.

Đáp án D.

Câu 4: Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-10}$ là:

A. $x-10<0$. **B.** $x-10\le 0$. **C.** $x\ge 10$. **D.** $x\le 10$.

Phương pháp

Điều kiện xác định của $\sqrt{A}$ là $A\ge 0$.

Lời giải

Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-10}$ là $x-10\ge 0$ hay $x\ge 10$.

Đáp án C.

Câu 5: Biểu thức $\sqrt{(3-2x)^2}$ bằng

A. $3-2x$. **B.** $2x-3$. **C.** $|2x-3|$. **D.** $3x-2$ và $2-3x$.

Phương pháp

Sử dụng công thức $\sqrt{A^2}=|A|$.

Lời giải

$\sqrt{(3-2x)^2}=|3-2x|=|2x-3|$.

Đáp án C.

Câu 6: Trục căn thức biểu thức $\sqrt{\dfrac{2}{5a^3}}$ với $a>0$ được

A. $\dfrac{\sqrt{10a}}{5a^2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10a}}{5a^3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{5a^2}$. **D.** $\dfrac{2}{5a^2}$.

Phương pháp

Với những căn thức bậc hai mà biểu thức dưới dấu căn có mẫu, ta thường khử mẫu của biểu thức lấy căn (biến đổi căn thức bậc hai đó thành một biểu thức mà trong căn thức không còn mẫu).

Lời giải

$$\sqrt{\frac{2}{5a^3}}=\sqrt{\frac{2.5a}{25a^4}}=\sqrt{\frac{10a}{(5a^2)^2}}=\frac{\sqrt{10a}}{5a^2}.$$

Đáp án A.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $\sqrt[3]{27x^3}-\sqrt[3]{8x^3}+4x$ ta được

A. $23\sqrt[3]{x}$. **B.** $23x$. **C.** $15x$. **D.** $5x$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về căn thức bậc ba để rút gọn.

Lời giải

$\sqrt[3]{27x^3} - \sqrt[3]{8x^3} + 4x$

$= \sqrt[3]{(3x)^3} - \sqrt[3]{(2x)^3} + 4x$

$= 3x - 2x + 4x = 5x.$

Đáp án D.

Câu 8: Chọn đáp án đúng:

A. $\cot 37° = \cot 53°$. **B.** $\cos 37° = \sin 53°$. **C.** $\tan 37° = \cos 37°$. **D.** $\sin 37° = \sin 53°$.

Phương pháp

Sử dụng kiến thức về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau.

Lời giải

Vì $37°$ và $53°$ là hai góc phụ nhau nên $\sin 37° = \cos 53°$; $\cos 37° = \sin 53°$; $\tan 37° = \cot 53°$;

$\tan 53° = \cot 37°$.

Đáp án B.

Câu 9: Cung cả đường tròn có số đo

A. $360°$. **B.** $270°$. **C.** $180°$. **D.** $90°$.

Phương pháp

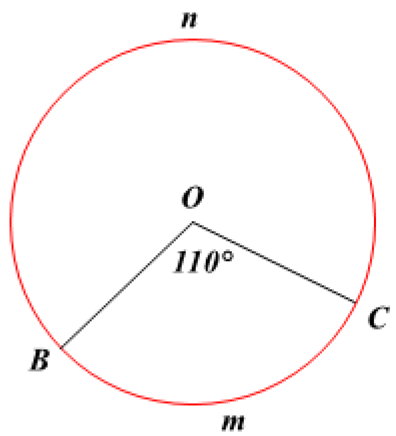
Sử dụng kiến thức về số đo cung.

Lời giải

Cung cả đường tròn có số đo là $360°$.

Đáp án A.

Câu 10: Cho hình vẽ. Biết $BOC = 110°$. Số đo của BnC bằng:



A. $110°$. **B.** $220°$. **C.** $140°$. **D.** $250°$.

Phương pháp

Góc BOC chính là góc ở tâm nên ta suy ra số đo cung nhỏ BmC.

Số đo cung lớn BnC bằng hiệu giữa $360°$ và số đo của cung nhỏ có chung hai mút.

Lời giải

Vì góc BOC là góc ở tâm nên sđ $BmC = BOC = 110°$.

Số đo cung lớn BnC là:

$360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$.

Đáp án D.

Câu 11: Một hình quạt tròn có bán kính 6cm, số đo cung là 36°. Diện tích hình quạt tròn đó là

A. $3,6\pi\left(cm\right)$. **B.** $3,6\pi\left(cm^2\right)$. **C.** $7,2\pi\left(cm^2\right)$. **D.** $6\pi\left(cm^2\right)$.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính diện tích hình quạt tròn: $S_q = \dfrac{\pi R^2 n}{360}$.

Lời giải

Diện tích hình quạt tròn đó là: $S_q = \dfrac{\pi.6^2.36}{360} = 3,6\pi\left(cm^2\right)$

Đáp án B.

Câu 12: Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại A. Chọn khẳng định sai.

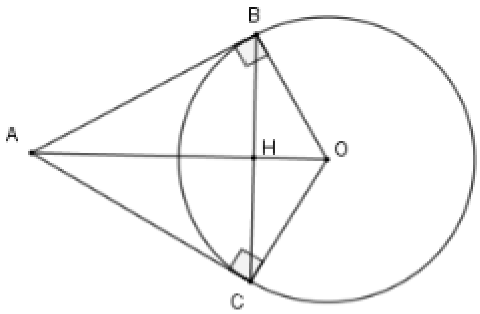
A. $AB = AC$. **B.** $OA \perp BC$.

C. OA là đường trung trực của BC. **D.** $OA \perp BC$ tại trung điểm của OA.

Phương pháp

Sử dụng tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau.

Lời giải



Vì hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại A nên AB = AC (tính chất). ***Vậy A đúng.***

Gọi H là giao điểm của BC và AO.

Xét tam giác BOH và tam giác COH có:

OB = OC

$BOH = COH$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

OH chung

nên $\Delta BOH = \Delta COH$ suy ra $BHO = CHO$.

Mà hai góc kề bù nên $BHO = CHO = \dfrac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ$.

Suy ra $OA \perp BC$. ***Vậy B đúng.***

Vì BH = HC (hai cạnh tương ứng) và $OA \perp BC$ nên OA là đường trung trực của BC. ***Vậy C đúng.***

Vậy D sai.

Đáp án D.

Phần tự luận.

Bài 1. (2 điểm) Cho $A=\left(1-\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$ với $x\ge 0,x\ne 4,x\ne 9.$

a) Rút gọn A.

b) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để $A\in\mathbb{Z}$.

c) Tìm x để $A<0.$

Phương pháp

a) Quy đồng, rút gọn.

b) Đưa biểu thức về dạng $A\left(x\right)+\dfrac{C}{B\left(x\right)}$ với C là hằng số. Để biểu thức đó là số nguyên thì $B\left(x\right)\in$ Ư(C).

c) Nhận xét mẫu số trước khi giải bất phương trình, lưu ý kết hợp điều kiện.

Lời giải

a) Với $x\ge 0,x\ne 4,x\ne 9.$ Ta có:

$$A=\left(1-\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\left(\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right)$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{x-9-\left(x-4\right)+\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}.$$

b) $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{\sqrt{x}+1-3}{\sqrt{x}+1}=1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}\left(x\ge 0\right)$

Để $A\in\mathbb{Z}$ với x nguyên thì $\sqrt{x}+1$ là ước nguyên dương của 3 do $\sqrt{x}+1>0$

Ư(3) = {1;3} nên:

+) Với $\sqrt{x}+1=1$ suy ra $\sqrt{x}=0$ nên $x=0$ (TM).

+) Với $\sqrt{x}+1=3$ suy ra $\sqrt{x}=2$ nên $x=4$ (KTM).

Vậy với $x=0$ thì $A\in\mathbb{Z}$.s

c) Vì $A<0$ nên $\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}<0$.

Do $\sqrt{x}+1>0$ nên $\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}<0$ khi $\sqrt{x}-2<0$ hay $x<4$.

Kết với $x\ge 0$, suy ra $A<0$ khi $0\le x<4$.

Vậy $0\le x<4$ thì $A<0$.

Bài 2. (1 điểm) Hôm qua mẹ của bạn An qua tiệm tạp hóa gần nhà mua 37 quả trứng gồm 24 quả trứng gà và 13 quả trứng vịt hết 91200 đồng. Hôm nay mẹ của bạn An cũng qua tiệm tạp hóa gần nhà mua 84 quả trứng gồm 48 quả trứng gà và 36 quả trứng vịt hết 206400 đồng. Hỏi nếu ngày mai mẹ bạn An nhờ bạn An qua tiệm tạp hóa trên mua 62 quả trứng gồm 22 quả trứng gà và 40 quả trứng vịt thì mẹ bạn An phải đưa cho bạn An số tiền vừa đủ là bao nhiêu? *(biết giá trứng không thay đổi)*

Phương pháp

Gọi giá tiền một quả trứng gà và một quả trứng vịt lần lượt là x và y đồng ($x;y\in\mathbb{N}$)

Dựa vào đề bài lập hệ phương trình.

Giải hệ phương trình đó để tính giá tiền một quả trứng gà và một quả trứng vịt.

Từ đó tính số tiền mua 62 quả trứng gồm 22 quả trứng gà và 40 quả trứng vịt.

Lời giải

Gọi giá tiền một quả trứng gà và một quả trứng vịt lần lượt là x và y đồng ($x;y\in\mathbb{N}$)

Vì mua 24 quả trứng gà và 13 quả trứng vịt hết 91200 đồng nên ta có phương trình:

$24x+13y=91200$.

Vì mua 48 quả trứng gà và 36 quả trứng vịt hết 206400 đồng nên ta có phương trình:

$48x+36y=206400$ hay $4x+3y=17200$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}24x+13y=91200\\4x+3y=17200\end{cases}$

$$\begin{cases}24x+13y=91200\\24x+18y=103200\end{cases}$$

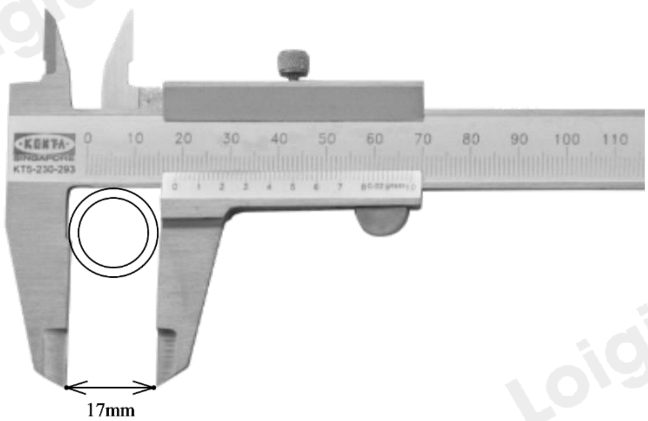
$$\begin{cases}5y=12000\\4x+3y=17200\end{cases}$$

$$\begin{cases}y=2400\\4x+3.2400=17200\end{cases}$$

$$\begin{cases}y=2400(TM)\\x=2500(TM)\end{cases}$$

Vậy số tiền mua 22 quả trứng gà và 40 quả trứng vịt là: $2500.22+2400.40=151000$ đồng.

Bài 3. (1 điểm) Nhà thiết kế muốn thiết kế một chiếc nhẫn có dạng như hai vòng tròn đồng tâm (hình bên dưới). Cần thiết kế nhẫn cho người đeo cỡ 7 (đường kính vào khoảng 15mm). Em hãy tính diện tích một bề mặt của chiếc nhẫn biết rằng khi sử dụng thước cặp pan-me để đo thì đường kính mà thước đo được là 17mm. (Lấy $\pi\approx 3{,}14$)



Phương pháp

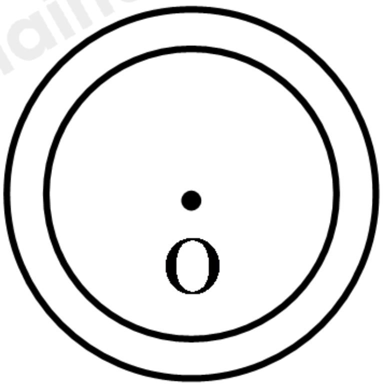
Phân tích đề bài: Phần diện tích cần tính là hình vành khuyên. Kích cỡ đeo nhẫn chính là đường kính của đường tròn nhỏ, còn thước kẹp pan-me đo được đường kính của đường tròn lớn.

Tính bán kính hai đường tròn đồng tâm đó.

Sử dụng công thức tính diện tích hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn $(O;R)$ và $(O;r)$ với $R>r$ là:

$$S=\pi.\left(R^2-r^2\right)$$

Lời giải



Bán kính của hai đường tròn nhỏ và lớn lần lượt là: $\frac{15}{2} = 7,5\left(mm\right)$ và $\frac{17}{2} = 8,5\left(mm\right)$

Phần diện tích cần tính là diện tích của hình vành khuyên tạo bởi hai đường tròn đồng tâm O có đường kính lần lượt là 17mm và 15mm.

Vậy diện tích bề mặt là:

$$S = \pi\left(8,5^2 - 7,5^2\right) \approx 3,14.16 = 50,24\left(mm^2\right)$$

Vậy diện tích một bề mặt của chiếc nhẫn là $50,24mm^2$.

Bài 4. (2,5 điểm) Cho đường tròn (O;R) đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn (O) (C khác A và B). Kẻ CH vuông góc với AB tại H.

a) Chứng minh ΔABC vuông tại C và $CH^2 = AC.BC.\sin A.\cos A$.

b) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia BC ở D. Gọi I là trung điểm của AD. Chứng minh đường thẳng IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt IC ở K. Xác định vị trí điểm C trên đường tròn (O) để diện tích tứ giác ABKI nhỏ nhất.

Phương pháp

a) Chứng minh tam giác ACH và tam giác CHB vuông nên viết các hệ thức lượng liên quan đến cạnh CH.

Chứng minh $CAB = HCB$ nên $\cos CAB = \cos HCB$ suy ra điều phải chứng minh.

b) Chứng minh $\Delta IAO = \Delta ICO\left(c.c.c\right)$ suy ra $IOA = ICO = 90^\circ$ hay $IC \perp OC$ tại C.

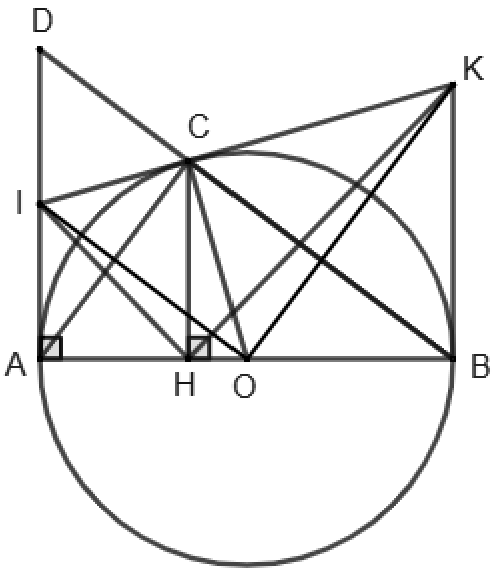
c) Chứng minh $\Delta AIO = \Delta CIO$ và $\Delta KCO = \Delta KBO$.

Biểu diễn S_{AIKB} theo $S_{\Delta IOK}$.

Loigiaihay.com

Suy ra diện tích nhỏ nhất của S_{AIKB} theo R.

Lời giải



a) Vì AB là đường kính của (O) và $C \in (O)$ suy ra ΔABC vuông tại C.

Vì CH vuông góc với AB tại H nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$CH = AC.\sin A$ (tam giác ACH vuông tại H)

và $CH = BC.\cos HCB$ (tam giác CHB vuông tại H).

Mà $CAB = HCB$ (cùng phụ với ACH) nên $\cos CAB = \cos HCB$ hay $\cos A = \cos HCB$. Do đó $CH = BC.\cos A$.

Do đó $CH^2 = (AC.\sin A)(BC.\cos A) = AC.BC.\sin A.\cos A$.

b) Ta có $CI = IA = ID$ (đường trung truyến trong tam giác vuông)

Xét tam giác IAO và tam giác ICO có:

AO = OC = R

IA = IC (cmt)

OI chung

Suy ra $\Delta IAO = \Delta ICO(c.c.c)$, do đó $IOA = ICO = 90^\circ$ hay $IC \perp OC$ tại C.

Vậy IC là tiếp tuyến của (O) tại điểm C.

Truy cập https://loigiaihay.com/ để xem lời giải SGK, SBT, VBT từ lớp 1 - lớp 12 tất cả các môn

c) Theo ý b, ta có $\Delta AIO = \Delta CIO$ (c.c.c).

Chứng minh tương tự, ta có $\Delta KCO = \Delta KBO$ (c.c.c).

Mà $S_{AIKB} = S_{\Delta AIO} + S_{\Delta CIO} + S_{\Delta COK} + S_{\Delta KOB} = 2\left(S_{\Delta CIO} + S_{\Delta COK}\right)$

Suy ra $S_{AIKB} = 2.S_{\Delta IOK} = OC.IK = R.IK \ge R.AB = R.2R = 2R^2$

Dấu "=" xảy ra khi IK = AB. Khi đó C là điểm chính giữa AB.

Vậy S_{AIKB} có giá trị lớn nhất là $2R^2$ khi C là điểm chính giữa AB.

Bài 5. (0,5 điểm) Tính giá trị của $A = \dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + ... + \dfrac{1}{2025\sqrt{2024}+2024\sqrt{2025}}$.

Phương pháp

Sử dụng công thức $k\sqrt{k-1}+(k-1)\sqrt{k} = \sqrt{k(k-1)}\left(\sqrt{k}+\sqrt{k-1}\right)$ với $k \ge 1$.

Lời giải

Ta có:

$$k\sqrt{k-1}+(k-1)\sqrt{k}$$
$$= \sqrt{k}.\sqrt{k-1}.\left(\sqrt{k}+\sqrt{k-1}\right)$$

$$= \sqrt{k(k-1)}\left(\sqrt{k}+\sqrt{k-1}\right) \text{ với } k \ge 1.$$

Suy ra

$$\frac{1}{k\sqrt{k-1}+(k-1)\sqrt{k}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{k(k-1)}\left(\sqrt{k}+\sqrt{k-1}\right)}$$
$$= \frac{\left(\sqrt{k}-\sqrt{k-1}\right)}{\sqrt{k(k-1)}\left(\sqrt{k}+\sqrt{k-1}\right)\left(\sqrt{k}-\sqrt{k-1}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{k}-\sqrt{k-1}}{\sqrt{k(k-1)}}$$
$$= \frac{\sqrt{k}-\sqrt{k-1}}{\sqrt{k}.\sqrt{k-1}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{k-1}} - \frac{1}{\sqrt{k}}$$

Thay lại vào A ta được:

$$A=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+...+\frac{1}{2025\sqrt{2024}+2024\sqrt{2025}}$$

$$=\left(\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+.....+\left(\frac{1}{\sqrt{2024}}-\frac{1}{\sqrt{2025}}\right)$$

$$=1-\frac{1}{\sqrt{2025}}=1-\frac{1}{45}=\frac{44}{45}.$$

Vậy $A=\frac{44}{45}$.