

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 11**Môn: Toán học - Lớp 10****Bộ sách Chân trời sáng tạo****BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM****Mục tiêu**

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Chân trời sáng tạo.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?

- A. Trời hôm nay đẹp quá!
- B. New York là thủ đô của Việt Nam.
- C. Con đang làm gì đó?
- D. Số 3 có phải số tự nhiên không?

Câu 2. Dùng các kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}$ là

- A. $(-5;3)$
- B. $(-5;3]$
- C. $[-5;3]$
- D. $[-5;3)$

Câu 3. Cặp số $(-2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2x + y + 1 > 0$
- B. $x + 3y + 1 < 0$
- C. $2x - y - 1 \geq 0$
- D. $x + y + 1 > 0$

Câu 4. Trong các hệ sau, hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$

$$D. \begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$$

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\sin 30^\circ = -\sin 150^\circ$

B. $\tan 30^\circ = -\tan 150^\circ$

C. $\cot 30^\circ = -\cot 150^\circ$

D. $\cos 30^\circ = -\cos 150^\circ$

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$. Chọn mệnh đề sai?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

B. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

C. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

D. $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos C$

Câu 7. Cho tam giác ABC. Số các vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC là

A. 3

B. 6

C. 2

D. 1

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

C. $D = \mathbb{R}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Câu 9. Cho parabol (P): $y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P)?

A. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

B. $I(0; 1)$

C. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

D. $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

Câu 10. Cho tam giác ABC có $\angle C = 30^\circ$, $AB = 5$, $BC = 8$. Tính $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.

A. 20

B. $20\sqrt{3}$

C. $20\sqrt{2}$

D. $40\sqrt{3}$

Câu 11. Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục. Sai số tuyệt đối là?

A. 0,05

B. 0,04

C. 0,046

D. 0,1

Câu 12. Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau:

IQ	92	108	95	105	88	98	111
EQ	102	90	94	100	97	103	93

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

A. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

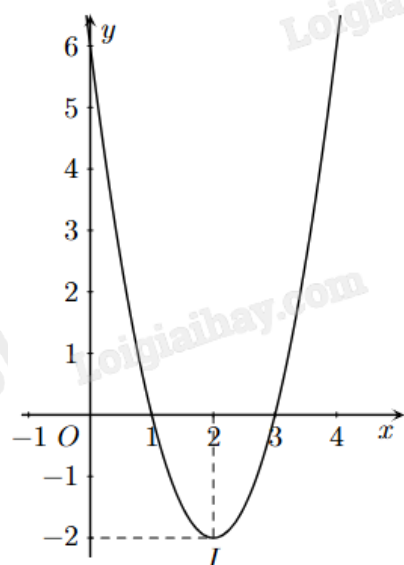
B. Mẫu số liệu “EQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “IQ”.

C. Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.

D. Tất cả đều sai.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ có dạng như hình sau:



a) Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x = -2$.

b) Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -2)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$.

d) Hàm số đã cho là $y = 2x^2 - 2x + 6$.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AC = 12$, $AB = 20$.

a) $\cos C = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$.

b) $BC = 4\sqrt{19}$.

c) $C \approx 83,4^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười).

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = 4\sqrt{57}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC.

a) $\overrightarrow{GN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$.

b) $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$.

c) $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}$.

Câu 4. Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau:

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

Giả sử $x_1; x_2; \dots; x_{40}$ là số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đọc được trong năm 2021 được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

a) $x_{13} = 4$.

b) Một của mẫu số liệu là 5.

c) Số cuốn sách trung bình mỗi bạn đọc được là 5 (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Phương sai của mẫu số liệu trên là 2 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

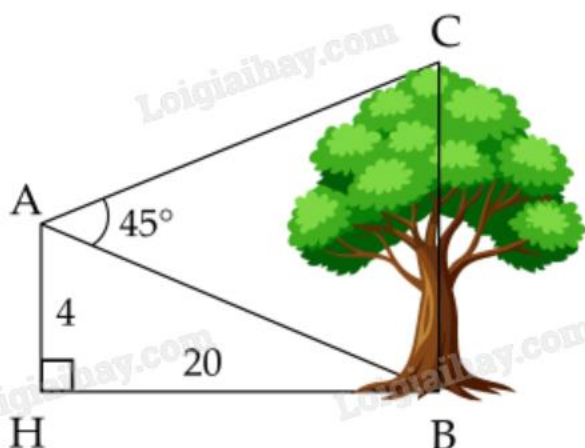
Câu 1. Cho hai tập hợp $A = [m - 3; m + 2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để $A \subset B$?

Câu 2. Một nhà khoa học nghiên cứu về tác động phối hợp của vitamin A và vitamin B đối với cơ thể người. Theo đó một người mỗi ngày có thể tiếp nhận được không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B; một người mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B. Do tác động phối hợp của

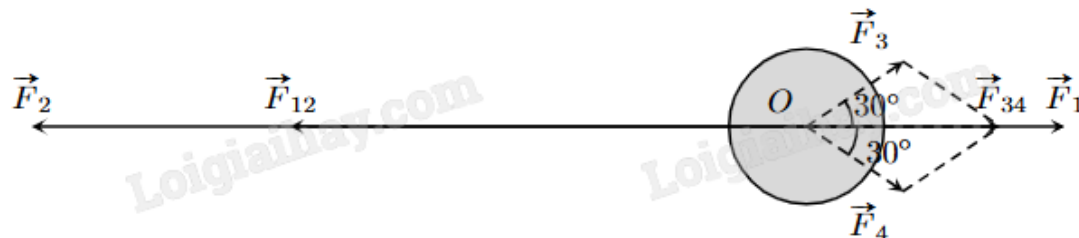
hai loại vitamin, mỗi ngày, số đơn vị vitamin B không ít hơn $\frac{1}{2}$ số đơn vị vitamin A nhưng không nhiều hơn

3 lần số đơn vị vitamin A. Giá của một đơn vị vitamin A là 9 đồng, giá của một đơn vị vitamin B là 7,5 đồng. Hỏi cần chi ít nhất bao nhiêu tiền mỗi ngày để dùng đủ cả hai loại vitamin trên?

Câu 3. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4$ m, $HB = 20$ m, $BAC = 45^\circ$. Tính chiều cao của cây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp ba lần độ lớn lực \vec{F}_1 . Để giữ đứng yên, người ta cần tác dụng thêm hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 , mỗi lực có độ lớn bằng 30 N và hợp với \vec{F}_1 một góc 30° . Tính tổng độ lớn của hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 5. Một người nông dân thả 1000 con cá giống vào hồ nuôi vừa mới đào. Biết rằng sau mỗi năm thì số lượng cá trong hồ tăng thêm x lần so với lượng cá ban đầu và x không đổi. Bằng cách thay đổi kỹ thuật nuôi và thức ăn cho cá. Hỏi sau hai năm đề số cá trong hồ là 36000 con thì tốc độ tăng số lượng cá trong hồ x là bao nhiêu? Biết tốc độ tăng mỗi năm là không đổi.

Câu 6. Số ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là?

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1. B	2. D	3. D	4. B	5. A	6. C
7. B	8. A	9. A	10. B	11. C	12. A

Câu 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?

- A. Trời hôm nay đẹp quá!
- B. New York là thủ đô của Việt Nam.
- C. Con đang làm gì đó?
- D. Số 3 có phải số tự nhiên không?

Phương pháp giải:

Mệnh đề là một khẳng định có tính đúng sai.

Lời giải chi tiết:

B là một mệnh đề. Các đáp án còn lại là câu cảm thán hoặc câu hỏi.

Đáp án B.

Câu 2. Dùng các kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}$ là

- A. $(-5;3)$
- B. $(-5;3]$
- C. $[-5;3]$
- D. $[-5;3)$

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc viết các tập con của tập số thực $A = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} = [a;b)$.

Lời giải chi tiết:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\} = [-5;3).$$

Đáp án D.

Câu 3. Cặp số $(-2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2x + y + 1 > 0$
- B. $x + 3y + 1 < 0$
- C. $2x - y - 1 \geq 0$
- D. $x + y + 1 > 0$

Phương pháp giải:

Thay cặp số vào từng bất phương trình, nếu thỏa mãn thì là nghiệm của bất phương trình đó.

Lời giải chi tiết:

Xét A: $2 \cdot (-2) + 3 + 1 > 0$ sai nên $(-2;3)$ không là nghiệm của $2x + y + 1 > 0$.

Xét B: $-2 + 3 \cdot 3 + 1 < 0$ sai nên $(-2; 3)$ không là nghiệm của $x + 3y + 1 < 0$.

Xét C: $2 \cdot (-2) - 3 - 1 \geq 0$ sai nên $(-2; 3)$ không là nghiệm của $2x - y - 1 \geq 0$.

Xét D: $-2 + 3 + 1 > 0$ đúng nên $(-2; 3)$ là nghiệm của $x + y + 1 > 0$.

Đáp án D.

Câu 4. Trong các hệ sau, hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.
$$\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$$

Phương pháp giải:

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ gồm các bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases} \text{ là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.}$$

Đáp án B.

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\sin 30^\circ = -\sin 150^\circ$

B. $\tan 30^\circ = -\tan 150^\circ$

C. $\cot 30^\circ = -\cot 150^\circ$

D. $\cos 30^\circ = -\cos 150^\circ$

Phương pháp giải:

Các góc bù nhau có giá trị sin bằng nhau, giá trị cos, tan, cot đối nhau.

Lời giải chi tiết:

$$\sin 30^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 150^\circ.$$

Đáp án A.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$. Chọn mệnh đề sai?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

B. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

C. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

D. $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos C$

Phương pháp giải:

Sử dụng định lí Cosin trong tam giác ABC.

Lời giải chi tiết:

Theo định lí Cosin: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ nên C sai.

Đáp án C.

Câu 7. Cho tam giác ABC. Số các vecto khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC là

A. 3

B. 6

C. 2

D. 1

Phương pháp giải:

Vecto là một đoạn thẳng có hướng. Từ hai điểm phân biệt, ta có hai vecto khác nhau.

Lời giải chi tiết:

Có 6 vecto khác $\vec{0}$ là $\vec{AB}, \vec{BA}, \vec{AC}, \vec{CA}, \vec{BC}, \vec{CB}$.

Đáp án B.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

C. $D = \mathbb{R}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Phương pháp giải:

Hàm phân thức xác định khi mẫu thức khác 0.

Lời giải chi tiết:

Điều kiện xác định của $y = \frac{x-2}{x-1}$ là $x-1 \neq 0$ hay $x \neq 1$.

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đáp án A.

Câu 9. Cho parabol (P): $y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P)?

A. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

B. $I(0;1)$

C. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

D. $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

Phương pháp giải:

Hoành độ điểm đỉnh của parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ là $x = -\frac{b}{2a}$.

Thay vào hàm số tính y.

Lời giải chi tiết:

Hoành độ điểm đỉnh của parabol (P): $y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\frac{-2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$.

Tung độ điểm đỉnh của parabol (P): $y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

Đáp án A.

Câu 10. Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 5$, $BC = 8$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. 20

B. $20\sqrt{3}$

C. $20\sqrt{2}$

D. $40\sqrt{3}$

Phương pháp giải:

Công thức tính tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải chi tiết:

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = BA \cdot BC \cos \angle ABC = 5 \cdot 8 \cdot \cos 30^\circ = 20\sqrt{3}$.

Đáp án B.

Câu 11. Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục. Sai số tuyệt đối là?

A. 0,05

B. 0,04

C. 0,046

D. 0,1

Phương pháp giải:

Công thức tính sai số tuyệt đối: $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ với a là số gần đúng của số \bar{a} .

Lời giải chi tiết:

Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục, được số 2,7. Sai số tuyệt đối là: $|2,7 - 2,654| = 0,046$.

Đáp án C.

Câu 12. Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau:

IQ	92	108	95	105	88	98	111
EQ	102	90	94	100	97	103	93

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

- A. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
- B. Mẫu số liệu “EQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “IQ”.
- C. Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.
- D. Tất cả đều sai.

Phương pháp giải:

Xác định khoảng biến thiên của từng mẫu số liệu “IQ” và “EQ” bằng cách lấy giá trị lớn nhất trừ đi giá trị nhỏ nhất. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu nào lớn hơn thì có độ phân tán lớn hơn.

Lời giải chi tiết:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “IQ” là $R_1 = 111 - 88 = 23$.

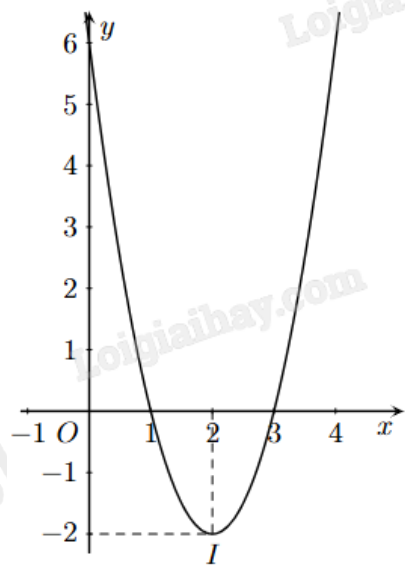
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “EQ” là $R_2 = 103 - 90 = 13$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

Đáp án A.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ có dạng như hình sau:



- a) Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x = -2$.
- b) Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -2)$.
- c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$.
- d) Hàm số đã cho là $y = 2x^2 - 2x + 6$.

Phương pháp giải:

Quan sát đồ thị và trả lời.

Lời giải chi tiết:

- a) **Sai.** Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x = 2$.
 b) **Đúng.** Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -2)$.
 c) **Đúng.** Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$.
 d) **Sai.** Đồ thị hàm số là đường parabol nên hàm số có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Đỉnh của đồ thị có tọa độ $(2; -2)$ suy ra $\frac{-b}{2a} = 2 \Leftrightarrow 4a + b = 0$.

Đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; 6)$ và $(1; 0)$ suy ra $\begin{cases} 6 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 0 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \\ a + b = -6 \end{cases}$$

Từ đó ta có hệ $\begin{cases} 4a + b = 0 \\ a + b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \end{cases}$

Vậy hàm số của đồ thị trên là $y = 2x^2 - 8x + 6$.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AC = 12$, $AB = 20$.

a) $\cos C = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$.

b) $BC = 4\sqrt{19}$.

c) $C \approx 83,4^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười).

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = 4\sqrt{57}$.

Phương pháp giải:

Sử dụng định lý Sin, Cosin trong tam giác.

Lời giải chi tiết:

a) **Sai.** Theo hệ quả định lý Cos trong tam giác ABC: $\cos C = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2 \cdot CA \cdot CB}$.

b) **Đúng.** Theo định lý Cos trong tam giác ABC:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A = 20^2 + 12^2 - 2 \cdot 20 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ = 304.$$

Suy ra $BC = 4\sqrt{19}$.

c) **Đúng.** $\cos C = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2 \cdot CA \cdot CB} = \frac{12^2 + (4\sqrt{19})^2 - 20^2}{2 \cdot 4\sqrt{19} \cdot 20} = \frac{\sqrt{19}}{38} \approx 83,4^\circ$.

d) **Sai.** Áp dụng định lý Sin trong tam giác ABC:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{4\sqrt{19}}{2 \sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{57}}{3}$$

Câu 3. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC.

a) $\overrightarrow{GN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$.

b) $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$.

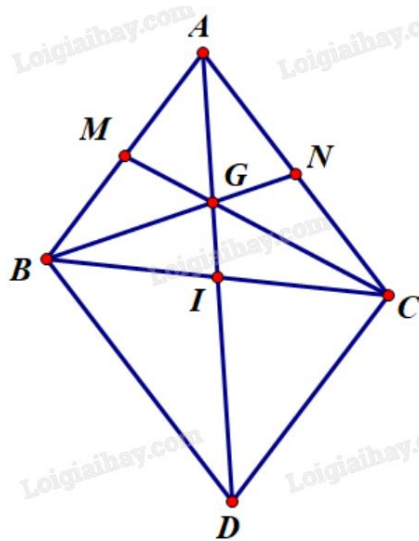
c) $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}$.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc hình bình hành, quy tắc trung điểm, trọng tâm.

Lời giải chi tiết:



a) **Sai.** $\overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$ do hai vecto trên ngược hướng và $GN = \frac{1}{2}GB$ (tính chất trọng tâm).

b) **Đúng.** $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$ do hai vecto trên ngược hướng và $GM = \frac{1}{2}GC$ (tính chất trọng tâm).

c) **Sai.** Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, hay $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AG}$.

Ta có:

$$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{GB} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GA}.$$

d) **Sai.** Gọi I là trung điểm của BC. Khi đó A, G, I thẳng hàng (trọng tâm G thuộc trung tuyến AM).

Lấy điểm D sao cho ABDC là hình bình hành. Khi đó I là trung điểm của AD.

$$\text{Theo chứng minh trên, } \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}\right) = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$$

Mà $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ (quy tắc hình bình hành).

$$\text{Vậy } \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

Câu 4. Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau:

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

Giả sử $x_1; x_2; \dots; x_{40}$ là số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đọc được trong năm 2021 được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

a) $x_{13} = 4$.

b) Một của mẫu số liệu là 5.

c) Số cuốn sách trung bình mỗi bạn đọc được là 5 (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Phương sai của mẫu số liệu trên là 2 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính số trung bình, phương sai của mẫu số liệu không ghép nhóm.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Ta có $x_1; \dots; x_4$ có giá trị bằng 3, $x_5; \dots; x_{21}$ có giá trị bằng 4. Vậy $x_{13} = 4$.

b) **Sai.** Một của mẫu số liệu là 4 vì có tần số lớn nhất là 15.

c) **Sai.** Số sách trung bình mỗi bạn đọc được là $\bar{x} = \frac{3 \cdot 6 + 4 \cdot 15 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 8 + 7 \cdot 8}{40} \approx 4$ (cuốn).

d) **Đúng.** $s^2 = \frac{3^2 \cdot 6 + 4^2 \cdot 15 + 5^2 \cdot 3 + 6^2 \cdot 8 + 7^2 \cdot 8}{40} - 4,925^2 \approx 2$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Cho hai tập hợp $A = [m - 3; m + 2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để $A \subset B$?

Phương pháp giải:

$A \subset B$ thì mọi phần tử thuộc A đều thuộc B .

Lời giải chi tiết:

$$A \subset B \text{ suy ra } \begin{cases} m - 3 > -3 \\ m + 2 < 5 \end{cases} \text{ hay } 0 < m < 3.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên m thỏa mãn là $m = 1; m = 2$.

Đáp án: 2.

Câu 2. Một nhà khoa học nghiên cứu về tác động phối hợp của vitamin A và vitamin B đối với cơ thể người. Theo đó một người mỗi ngày có thể tiếp nhận được không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B; một người mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B. Do tác động phối hợp của hai loại vitamin, mỗi ngày, số đơn vị vitamin B không ít hơn $\frac{1}{2}$ số đơn vị vitamin A nhưng không nhiều hơn

3 lần số đơn vị vitamin A. Giá của một đơn vị vitamin A là 9 đồng, giá của một đơn vị vitamin B là 7,5 đồng. Hỏi cần chi ít nhất bao nhiêu tiền mỗi ngày để dùng đủ cả hai loại vitamin trên?

Phương pháp giải:

Ứng dụng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải chi tiết:

Gọi x, y lần lượt là số đơn vị vitamin A và B dùng mỗi ngày ($x, y \geq 0$).

Mỗi ngày có thể tiếp nhận được không quá 600 đơn vị vitamin A nên $x \leq 600$.

Mỗi ngày có thể tiếp nhận được không quá 500 đơn vị vitamin B nên $y \leq 500$.

Mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên $400 \leq x + y \leq 1000$.

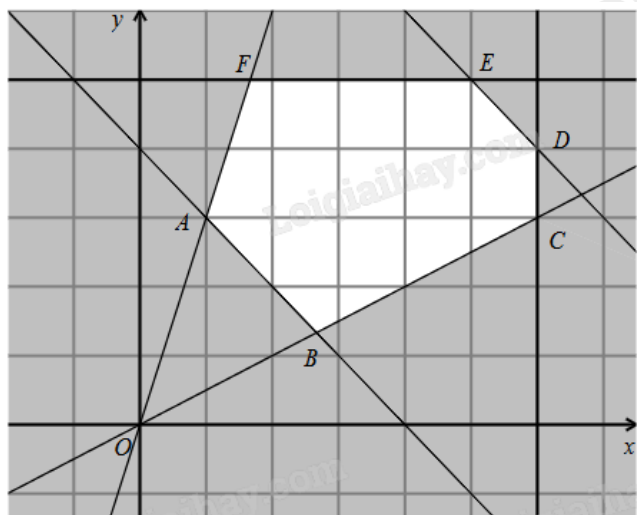
Mỗi ngày, số đơn vị vitamin B không ít hơn $\frac{1}{2}$ số đơn vị vitamin A nhưng không nhiều hơn 3 lần số đơn vị vitamin A nên $\frac{1}{2}x \leq y \leq 3x$.

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 600 \\ 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \quad (*) \\ \frac{1}{2}x \leq y \leq 3x \end{cases}$$

Số tiền cần chi là $f(x; y) = 9x + 7,5y$ (đồng).

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).



Miền nghiệm của hệ (*) là miền lục giác ABCDEF (kể cả biên) với $A(100; 300)$, $B\left(\frac{800}{3}; \frac{400}{3}\right)$,

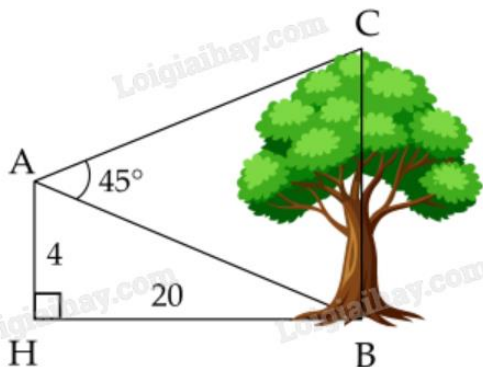
$C(600; 300)$, $E(500; 500)$, $F\left(\frac{500}{3}; 500\right)$.

Thay tọa độ các điểm trên vào $f(x; y)$ thấy $f(100; 300) = 3150$ là giá trị nhỏ nhất.

Vậy cần chi ít nhất 3150 đồng mỗi ngày để dùng đủ lượng vitamin A và B.

Đáp án: 900.

Câu 3. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4 \text{ m}$, $HB = 20 \text{ m}$, $BAC = 45^\circ$. Tính chiều cao của cây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Phương pháp giải:

Sử dụng định lí Sin cho tam giác ABC.

Lời giải chi tiết:

Trong tam giác vuông AHB có $\tan ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$. Suy ra $ABH \approx 11^\circ 19'$.

Ta có $ABH + ABC = 90^\circ$ suy ra $ABC = 90^\circ - ABH \approx 90^\circ - 11^\circ 19' \approx 78^\circ 41'$.

Xét tam giác ABC có $ACB = 180^\circ - (ABC + BAC) \approx 180^\circ - (78^\circ 41' + 45^\circ) \approx 56^\circ 19'$.

Áp dụng định lí Sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin BAC} = \frac{AB}{\sin ACB} \text{ suy ra } BC = \frac{AB \cdot \sin BAC}{\sin ACB} \approx \frac{\sqrt{4^2 + 20^2} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 56^\circ 19'} \approx 17 \text{ (m)}.$$

Đáp án: 17.

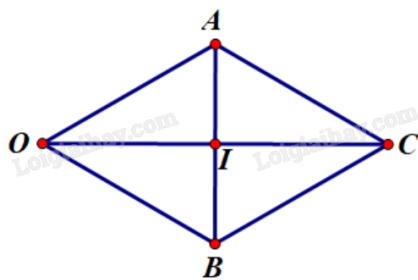
Câu 4. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp ba lần độ lớn lực \vec{F}_1 . Để giữ đứng yên, người ta cần tác dụng thêm hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 , mỗi lực có độ lớn bằng 30 N và hợp với \vec{F}_1 một góc 30° . Tính tổng độ lớn của hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tổng hợp lực, quy tắc hình bình hành.

Lời giải chi tiết:



Dựng hình bình hành OACB sao cho $OA = OB = 30$, $\angle AOC = \angle BOC = 30^\circ$ và \vec{OC} cùng hướng với \vec{F}_1 .

Khi đó $|\vec{F}_3| = |\vec{OA}| = OA = 30$, $|\vec{F}_4| = |\vec{OB}| = OB = 30$, $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_{34} = \vec{OC}$ và $|\vec{F}_{34}| = |\vec{OC}|$.

Vì $OA = OB$ nên OACB là hình thoi. Giả sử I là tâm hình thoi. Xét tam giác AOI vuông tại I:

$$\cos \angle OAI = \frac{OI}{OA} \Rightarrow OI = OA \cdot \cos \angle OAI = 30 \cdot \cos 30^\circ = 15\sqrt{3} \Rightarrow OC = 2OI = 30\sqrt{3} = |\vec{F}_{34}|.$$

Vì độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp ba lần độ lớn lực \vec{F}_1 và hai lực này ngược chiều nên $\vec{F}_2 = -3\vec{F}_1$.

Dưới tác động của 4 lực, vật ở vị trí cân bằng nên ta có:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 - 3\vec{F}_1 + \vec{F}_{34} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{34} = 2\vec{F}_1 \Rightarrow |\vec{F}_{34}| = 2|\vec{F}_1| = 30\sqrt{3} \Rightarrow |\vec{F}_1| = 15\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_2| = 3|\vec{F}_1| = 3 \cdot 15\sqrt{3} = 45\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = 15\sqrt{3} + 45\sqrt{3} = 60\sqrt{3} \approx 104 \text{ (N)}.$$

Đáp án: 104.

Câu 5. Một người nông dân thả 1000 con cá giống vào hồ nuôi vừa mới đào. Biết rằng sau mỗi năm thì số lượng cá trong hồ tăng thêm x lần so với lượng cá ban đầu và x không đổi. Bằng cách thay đổi kỹ thuật nuôi và thức ăn cho cá. Hỏi sau hai năm đề số cá trong hồ là 36000 con thì tốc độ tăng số lượng cá trong hồ x là bao nhiêu? Biết tốc độ tăng mỗi năm là không đổi.

Phương pháp giải:

Lập phương trình bậc hai theo ẩn x mô tả số lượng cá rồi giải ra nghiệm.

Lời giải chi tiết:

Sau 1 năm, số lượng cá trong hồ là $1000 + 1000x = 1000(1 + x)$ (con).

Sau 2 năm, số lượng cá trong hồ là $1000(1 + x) + 1000(1 + x) = 1000(1 + x)^2$ (con).

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Để số lượng cá trong hồ sau 2 năm là 36000 thì ta có } 1000(1 + x)^2 = 36000 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -7 \end{cases}$$

Loại $x = -7$.

Vậy tốc độ tăng số cá mỗi năm là $x = 5$.

Đáp án: 5.

Câu 6. Số ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là?

Phương pháp giải:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1.$$

Lời giải chi tiết:

Dãy số liệu trên đã sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Có } n = 20 \text{ nên } Q_2 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{18 + 20}{2} = 19.$$

$$\text{Bên trái trung vị có 10 giá trị nên } Q_1 = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{9 + 11}{2} = 10.$$

$$\text{Bên phải trung vị có 10 giá trị nên } Q_3 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{31 + 33}{2} = 32.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 32 - 10 = 22.$

Đáp án: 22.