

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 11

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?

- A. Trời hôm nay đẹp quá!
- B. New York là thủ đô của Việt Nam.
- C. Con đang làm gì đó?
- D. Số 3 có phải số tự nhiên không?

Câu 2. Dùng các kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}$ là

- A. $(-5;3)$
- B. $(-5;3]$
- C. $[-5;3]$
- D. $[-5;3)$

Câu 3. Cặp số $(-2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2x + y + 1 > 0$
- B. $x + 3y + 1 < 0$
- C. $2x - y - 1 \geq 0$
- D. $x + y + 1 > 0$

Câu 4. Trong các hệ sau, hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$

$$D. \begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$$

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\sin 30^\circ = -\sin 150^\circ$

B. $\tan 30^\circ = -\tan 150^\circ$

C. $\cot 30^\circ = -\cot 150^\circ$

D. $\cos 30^\circ = -\cos 150^\circ$

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$. Chọn mệnh đề sai?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

B. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

C. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

D. $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos C$

Câu 7. Cho tam giác ABC. Số các vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC là

A. 3

B. 6

C. 2

D. 1

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(-3;1)$ và $N(6;-4)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OMN là

A. $G(9;-5)$

B. $G(-1;1)$

C. $G(1;-1)$

D. $G(3;-3)$

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;3)$ và $B(-1;2)$. Tọa độ \overline{BA} là

A. $(-1;5)$

B. $(-3;-1)$

C. $(3;1)$

D. $(1;5)$

Câu 10. Cho tam giác ABC có $\angle C = 30^\circ$, $AB = 5$, $BC = 8$. Tính $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$.

A. 20

B. $20\sqrt{3}$

C. $20\sqrt{2}$

D. $40\sqrt{3}$

Câu 11. Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục. Sai số tuyệt đối là?

- A. 0,05
- B. 0,04
- C. 0,046
- D. 0,1

Câu 12. Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau:

IQ	92	108	95	105	88	98	111
EQ	102	90	94	100	97	103	93

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

- A. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
- B. Mẫu số liệu “EQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “IQ”.
- C. Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.
- D. Tất cả đều sai.

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài. Mỗi tuần, mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/kg, giá xoài là 30000 đồng/kg. Gọi x, y lần lượt là số kg cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần.

- a) Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y$ ($x, y > 0$).
- b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $3x + 6y \geq 40$.
- c) Cặp số (5;4) thỏa mãn bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y.
- d) An có thể mua 4 kg cam, 5 kg xoài trong tuần.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AC = 12$, $AB = 20$.

a) $\cos C = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$.

b) $BC = 4\sqrt{19}$.

c) $C \approx 83,4^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười).

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = 4\sqrt{57}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC.

a) $\overrightarrow{GN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$.

b) $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$.

c) $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}$.

Câu 4. Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau:

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

Giả sử $x_1; x_2; \dots; x_{40}$ là số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đọc được trong năm 2021 được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

a) $x_{13} = 4$.

b) Một của mẫu số liệu là 5.

c) Số cuốn sách trung bình mỗi bạn đọc được là 5 (làm tròn đến hàng đơn vị).

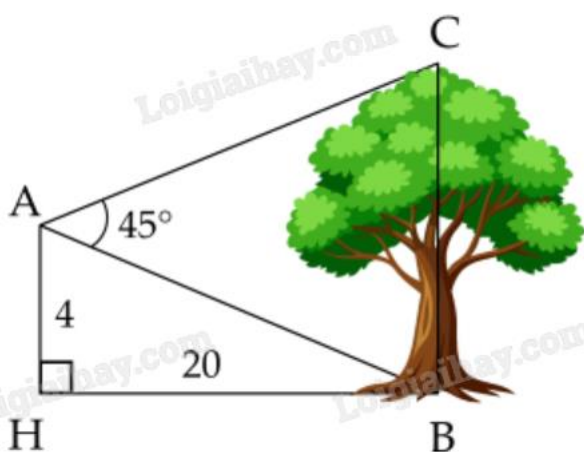
d) Phương sai của mẫu số liệu trên là 2 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hai tập hợp $A = [m - 3; m + 2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để $A \subset B$?

Câu 2. Một nhà khoa học nghiên cứu về tác động phối hợp của vitamin A và vitamin B đối với cơ thể người. Theo đó một người mỗi ngày có thể tiếp nhận được không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B; một người mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B. Do tác động phối hợp của hai loại vitamin, mỗi ngày, số đơn vị vitamin B không ít hơn $\frac{1}{2}$ số đơn vị vitamin A nhưng không nhiều hơn 3 lần số đơn vị vitamin A. Giá của một đơn vị vitamin A là 9 đồng, giá của một đơn vị vitamin B là 7,5 đồng. Hỏi cần chi ít nhất bao nhiêu tiền mỗi ngày để dùng đủ cả hai loại vitamin trên?

Câu 3. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4$ m, $HB = 20$ m, $BAC = 45^\circ$. Tính chiều cao của cây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp ba lần độ lớn lực \vec{F}_1 . Để giữ đứng yên, người ta cần tác dụng thêm hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 , mỗi lực có độ

lớn bằng 30 N và hợp với \vec{F}_1 một góc 30° . Tính tổng độ lớn của hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 (làm tròn kết quả đến hàng phân mười).



Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC, biết $A(0;5)$, $B(-2;8)$ và $C(6;9)$. Giả sử điểm $H(a;b)$ là chân đường cao vẽ từ đỉnh A của tam giác ABC. Tính $b + \frac{1}{2}a$?

Câu 6. Số ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:
4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là?

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1. B	2. D	3. D	4. B	5. A	6. C
7. B	8. C	9. C	10. B	11. C	12. A

Câu 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?

- A. Trời hôm nay đẹp quá!
- B. New York là thủ đô của Việt Nam.
- C. Con đang làm gì đó?
- D. Số 3 có phải số tự nhiên không?

Phương pháp giải:

Mệnh đề là một khẳng định có tính đúng sai.

Lời giải chi tiết:

B là một mệnh đề. Các đáp án còn lại là câu cảm thán hoặc câu hỏi.

Đáp án B.

Câu 2. Dùng các kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng viết lại tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}$ là

- A. $(-5;3)$
- B. $(-5;3]$
- C. $[-5;3]$
- D. $[-5;3)$

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc viết các tập con của tập số thực $A = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} = [a;b)$.

Lời giải chi tiết:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\} = [-5;3).$$

Đáp án D.

Câu 3. Cặp số $(-2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2x + y + 1 > 0$
- B. $x + 3y + 1 < 0$
- C. $2x - y - 1 \geq 0$
- D. $x + y + 1 > 0$

Phương pháp giải:

Thay cặp số vào từng bất phương trình, nếu thỏa mãn thì là nghiệm của bất phương trình đó.

Lời giải chi tiết:

Xét A: $2 \cdot (-2) + 3 + 1 > 0$ sai nên $(-2;3)$ không là nghiệm của $2x + y + 1 > 0$.

Xét B: $-2 + 3 \cdot 3 + 1 < 0$ sai nên $(-2; 3)$ không là nghiệm của $x + 3y + 1 < 0$.

Xét C: $2 \cdot (-2) - 3 - 1 \geq 0$ sai nên $(-2; 3)$ không là nghiệm của $2x - y - 1 \geq 0$.

Xét D: $-2 + 3 + 1 > 0$ đúng nên $(-2; 3)$ là nghiệm của $x + y + 1 > 0$.

Đáp án D.

Câu 4. Trong các hệ sau, hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A.
$$\begin{cases} x + y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 2x + 3y > 10 \\ x - 4y < 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} y > 0 \\ x - 4 \leq 1 \end{cases}$$

Phương pháp giải:

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ gồm các bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải chi tiết:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 5 \end{cases} \text{ là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.}$$

Đáp án B.

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\sin 30^\circ = -\sin 150^\circ$

B. $\tan 30^\circ = -\tan 150^\circ$

C. $\cot 30^\circ = -\cot 150^\circ$

D. $\cos 30^\circ = -\cos 150^\circ$

Phương pháp giải:

Các góc bù nhau có giá trị sin bằng nhau, giá trị cos, tan, cot đối nhau.

Lời giải chi tiết:

$$\sin 30^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 150^\circ.$$

Đáp án A.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$. Chọn mệnh đề sai?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

B. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

C. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

D. $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos C$

Phương pháp giải:

Sử dụng định lí Cosin trong tam giác ABC.

Lời giải chi tiết:

Theo định lí Cosin: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ nên C sai.

Đáp án C.

Câu 7. Cho tam giác ABC. Số các vecto khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC là

A. 3

B. 6

C. 2

D. 1

Phương pháp giải:

Vecto là một đoạn thẳng có hướng. Từ hai điểm phân biệt, ta có hai vecto khác nhau.

Lời giải chi tiết:

Có 6 vecto khác $\vec{0}$ là $\vec{AB}, \vec{BA}, \vec{AC}, \vec{CA}, \vec{BC}, \vec{CB}$.

Đáp án B.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm M(-3;1) và N(6;-4). Tọa độ trọng tâm G của tam giác OMN là

A. G(9;-5)

B. G(-1;1)

C. G(1;-1)

D. G(3;-3)

Phương pháp giải:

Tọa độ điểm G là trọng tâm tam giác ABC là
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

Lời giải chi tiết:

Tọa độ điểm G là trọng tâm tam giác OMN là:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_M + x_N}{3} = \frac{0 + (-3) + 6}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_O + y_M + y_N}{3} = \frac{0 + 1 + (-4)}{3} = -1 \end{cases} \text{ suy ra } G(1;-1).$$

Đáp án C.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm A(2;3) và B(-1;2). Tọa độ \vec{BA} là

A. (-1;5)

B. (-3;-1)

C. (3;1)

D. (1;5)

Phương pháp giải:

$$\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

Lời giải chi tiết:

$$\overline{BA} = (x_A - x_B; y_A - y_B) = (2 + 1; 3 - 2) = (3; 1).$$

Đáp án C.**Câu 10.** Cho tam giác ABC có $\angle C = 30^\circ$, $AB = 5$, $BC = 8$. Tính $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$.

A. 20

B. $20\sqrt{3}$ C. $20\sqrt{2}$ D. $40\sqrt{3}$ **Phương pháp giải:**

$$\text{Công thức tính tích vô hướng: } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Lời giải chi tiết:

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = |\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}| \cos(\overline{BA}, \overline{BC}) = BA \cdot BC \cos \angle C = 5 \cdot 8 \cdot \cos 30^\circ = 20\sqrt{3}.$$

Đáp án B.**Câu 11.** Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục. Sai số tuyệt đối là?

A. 0,05

B. 0,04

C. 0,046

D. 0,1

Phương pháp giải:

$$\text{Công thức tính sai số tuyệt đối: } \Delta_a = |\bar{a} - a| \text{ với } a \text{ là số gần đúng của số } \bar{a}.$$

Lời giải chi tiết:

$$\text{Quy tròn số 2,654 đến hàng phần chục, được số 2,7. Sai số tuyệt đối là: } |2,7 - 2,654| = 0,046.$$

Đáp án C.**Câu 12.** Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau:

IQ	92	108	95	105	88	98	111
EQ	102	90	94	100	97	103	93

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

A. Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

B. Mẫu số liệu “EQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “IQ”.

C. Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.

D. Tất cả đều sai.

Phương pháp giải:

Xác định khoảng biến thiên của từng mẫu số liệu “IQ” và “EQ” bằng cách lấy giá trị lớn nhất trừ đi giá trị nhỏ nhất. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu nào lớn hơn thì có độ phân tán lớn hơn.

Lời giải chi tiết:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “IQ” là $R_1 = 111 - 88 = 23$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “EQ” là $R_2 = 103 - 90 = 13$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

Đáp án A.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài. Mỗi tuần, mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/kg, giá xoài là 30000 đồng/kg. Gọi x, y lần lượt là số kg cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần.

a) Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y$ ($x, y > 0$).

b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $3x + 6y \geq 40$.

c) Cặp số $(5;4)$ thỏa mãn bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y .

d) An có thể mua 4 kg cam, 5 kg xoài trong tuần.

Phương pháp giải:

Ứng dụng bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y$ ($x, y > 0$).

b) Sai. Vì mỗi tuần An chỉ có 200000 đồng nên ta có bất phương trình:

$$15000x + 30000y \leq 200000 \Leftrightarrow 3x + 6y \leq 40.$$

c) Đúng. Thay cặp số $(5;4)$ vào bất phương trình vừa tìm: $3.5 + 6.4 \leq 40$ (đúng).

Vậy $(5;4)$ là một nghiệm của bất phương trình.

d) Sai. Thay cặp số $(5;4)$ vào bất phương trình vừa tìm: $3.4 + 6.5 \leq 40$ (sai).

Suy ra $(4;5)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy An không thể mua 4 kg cam và 5 kg xoài trong tuần.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AC = 12$, $AB = 20$.

a)
$$\cos C = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}.$$

b) $BC = 4\sqrt{19}.$

c) $C \approx 83,4^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười).

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = 4\sqrt{57}$.

Phương pháp giải:

Sử dụng định lý Sin, Cosin trong tam giác.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Theo hệ quả định lý Cos trong tam giác ABC: $\cos C = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2.CA.CB}$.

b) Đúng. Theo định lý Cos trong tam giác ABC:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC \cos A = 20^2 + 12^2 - 2.20.12.\cos 60^\circ = 304.$$

Suy ra $BC = 4\sqrt{19}$.

c) Đúng. $\cos C = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2.CA.CB} = \frac{12^2 + (4\sqrt{19})^2 - 20^2}{2.4\sqrt{19}.20} = \frac{\sqrt{19}}{38} \approx 83,4^\circ$.

d) Sai. Áp dụng định lý Sin trong tam giác ABC:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{4\sqrt{19}}{2\sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{57}}{3}.$$

Câu 3. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC.

a) $\overrightarrow{GN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$.

b) $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$.

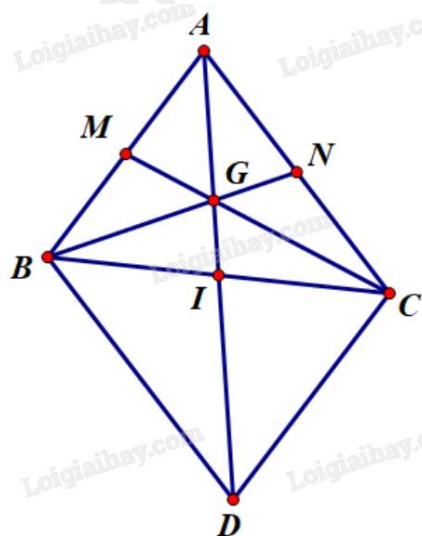
c) $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}$.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}$.

Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc hình bình hành, quy tắc trung điểm, trọng tâm.

Lời giải chi tiết:



a) Sai. $\overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$ do hai vecto trên ngược hướng và $GN = \frac{1}{2}GB$ (tính chất trọng tâm).

b) Đúng. $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$ do hai vecto trên ngược hướng và $GM = \frac{1}{2}GC$ (tính chất trọng tâm).

c) Sai. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, hay $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AG}$.

Ta có:

$$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{GB} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GA}.$$

d) Sai. Gọi I là trung điểm của BC. Khi đó A, G, I thẳng hàng (trọng tâm G thuộc trung tuyến AM).

Lấy điểm D sao cho ABDC là hình bình hành. Khi đó I là trung điểm của AD.

$$\text{Theo chứng minh trên, } \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}\right) = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$$

Mà $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ (quy tắc hình bình hành).

$$\text{Vậy } \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

Câu 4. Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau:

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

Giả sử $x_1; x_2; \dots; x_{40}$ là số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đọc được trong năm 2021 được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

a) $x_{13} = 4$.

b) Một của mẫu số liệu là 5.

c) Số cuốn sách trung bình mỗi bạn đọc được là 5 (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Phương sai của mẫu số liệu trên là 2 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính số trung bình, phương sai của mẫu số liệu không ghép nhóm.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có $x_1; \dots; x_4$ có giá trị bằng 3, $x_5; \dots; x_{21}$ có giá trị bằng 4. Vậy $x_{13} = 4$.

b) Sai. Một của mẫu số liệu là 4 vì có tần số lớn nhất là 15.

c) Sai. Số sách trung bình mỗi bạn đọc được là $\bar{x} = \frac{3 \cdot 6 + 4 \cdot 15 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 8 + 7 \cdot 8}{40} \approx 4$ (cuốn).

d) Đúng. $s^2 = \frac{3^2 \cdot 6 + 4^2 \cdot 15 + 5^2 \cdot 3 + 6^2 \cdot 8 + 7^2 \cdot 8}{40} - 4,925^2 \approx 2$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Cho hai tập hợp $A = [m - 3; m + 2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để

$A \subset B$?

Phương pháp giải:

$A \subset B$ thì mọi phần tử thuộc A đều thuộc B .

Lời giải chi tiết:

$$A \subset B \text{ suy ra } \begin{cases} m - 3 > -3 \\ m + 2 < 5 \end{cases} \text{ hay } 0 < m < 3.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên m thỏa mãn là $m = 1; m = 2$.

Đáp án: 2.

Câu 2. Một nhà khoa học nghiên cứu về tác động phối hợp của vitamin A và vitamin B đối với cơ thể người.

Theo đó một người mỗi ngày có thể tiếp nhận được không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B; một người mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B. Do tác động phối hợp của

hai loại vitamin, mỗi ngày, số đơn vị vitamin B không ít hơn $\frac{1}{2}$ số đơn vị vitamin A nhưng không nhiều hơn

3 lần số đơn vị vitamin A. Giá của một đơn vị vitamin A là 9 đồng, giá của một đơn vị vitamin B là 7,5

đồng. Hỏi cần chi ít nhất bao nhiêu tiền mỗi ngày để dùng đủ cả hai loại vitamin trên?

Phương pháp giải:

Ứng dụng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải chi tiết:

Gọi x, y lần lượt là số đơn vị vitamin A và B dùng mỗi ngày ($x, y \geq 0$).

Mỗi ngày có thể tiếp nhận được không quá 600 đơn vị vitamin A nên $x \leq 600$.

Mỗi ngày có thể tiếp nhận được không quá 500 đơn vị vitamin B nên $y \leq 500$.

Mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên $400 \leq x + y \leq 1000$.

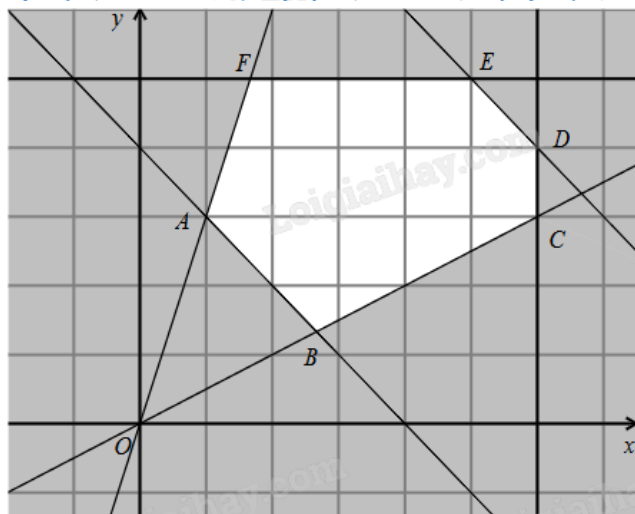
Mỗi ngày, số đơn vị vitamin B không ít hơn $\frac{1}{2}$ số đơn vị vitamin A nhưng không nhiều hơn 3 lần số đơn vị

vitamin A nên $\frac{1}{2}x \leq y \leq 3x$.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} 0 \leq x \leq 600 \\ 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \text{ (*)} \\ \frac{1}{2}x \leq y \leq 3x \end{cases}$$

Số tiền cần chi là $f(x; y) = 9x + 7,5y$ (đồng).

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).



Miền nghiệm của hệ (*) là miền lục giác ABCDEF (kể cả biên) với $A(100;300)$, $B\left(\frac{800}{3};\frac{400}{3}\right)$,

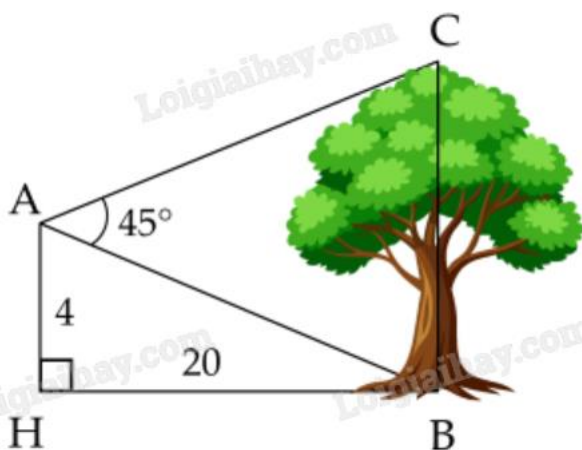
$C(600;300)$, $E(500;500)$, $F\left(\frac{500}{3};500\right)$.

Thay tọa độ các điểm trên vào $f(x; y)$ thấy $f(100; 300) = 3150$ là giá trị nhỏ nhất.

Vậy cần chi ít nhất 3150 đồng mỗi ngày để dùng đủ lượng vitamin A và B.

Đáp án: 900.

Câu 3. Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4$ m, $HB = 20$ m, $BAC = 45^\circ$. Tính chiều cao của cây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Phương pháp giải:

Sử dụng định lí Sin cho tam giác ABC.

Lời giải chi tiết:

Trong tam giác vuông AHB có $\tan ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$. Suy ra $ABH \approx 11^\circ 19'$.

Ta có $ABH + ABC = 90^\circ$ suy ra $ABC = 90^\circ - ABH \approx 90^\circ - 11^\circ 19' \approx 78^\circ 41'$.

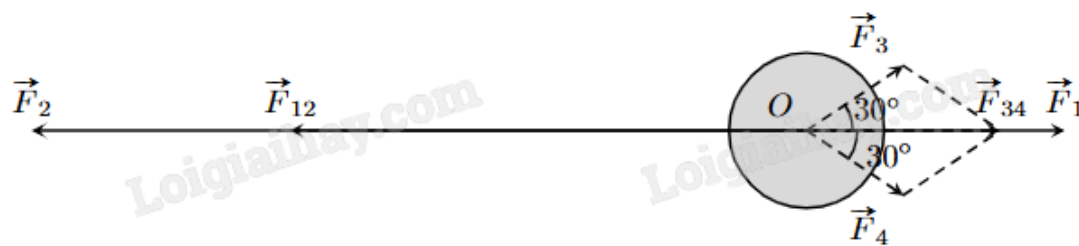
Xét tam giác ABC có $ACB = 180^\circ - (ABC + BAC) \approx 180^\circ - (78^\circ 41' + 45^\circ) \approx 56^\circ 19'$.

Áp dụng định lí Sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin BAC} = \frac{AB}{\sin ACB} \text{ suy ra } BC = \frac{AB \cdot \sin BAC}{\sin ACB} \approx \frac{\sqrt{4^2 + 20^2} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 56^\circ 19'} \approx 17 \text{ (m)}.$$

Đáp án: 17.

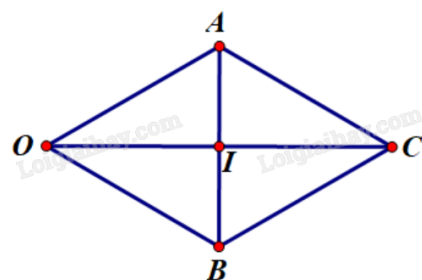
Câu 4. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp ba lần độ lớn lực \vec{F}_1 . Để giữ đứng yên, người ta cần tác dụng thêm hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 , mỗi lực có độ lớn bằng 30 N và hợp với \vec{F}_1 một góc 30° . Tính tổng độ lớn của hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tổng hợp lực, quy tắc hình bình hành.

Lời giải chi tiết:



Dựng hình bình hành OACB sao cho $OA = OB = 30$, $\angle AOC = \angle BOC = 30^\circ$ và \vec{OC} cùng hướng với \vec{F}_1 .

Khi đó $|\vec{F}_3| = |\vec{OA}| = OA = 30$, $|\vec{F}_4| = |\vec{OB}| = OB = 30$, $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_{34} = \vec{OC}$ và $|\vec{F}_{34}| = |\vec{OC}|$.

Vì $OA = OB$ nên OACB là hình thoi. Giả sử I là tâm hình thoi. Xét tam giác AOI vuông tại I:

$$\cos \angle OAI = \frac{OI}{OA} \Rightarrow OI = OA \cdot \cos \angle OAI = 30 \cdot \cos 30^\circ = 15\sqrt{3} \Rightarrow OC = 2OI = 30\sqrt{3} = |\vec{F}_{34}|.$$

Vì độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp ba lần độ lớn lực \vec{F}_1 và hai lực này ngược chiều nên $\vec{F}_2 = -3\vec{F}_1$.

Dưới tác động của 4 lực, vật ở vị trí cân bằng nên ta có:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 - 3\vec{F}_1 + \vec{F}_{34} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{34} = 2\vec{F}_1 \Rightarrow |\vec{F}_{34}| = 2|\vec{F}_1| = 30\sqrt{3} \Rightarrow |\vec{F}_1| = 15\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_2| = 3|\vec{F}_1| = 3 \cdot 15\sqrt{3} = 45\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = 15\sqrt{3} + 45\sqrt{3} = 60\sqrt{3} \approx 104 \text{ (N)}.$$

Đáp án: 104.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC, biết A(0;5), B(-2;8) và C(6;9). Giả sử điểm H(a;b) là chân đường cao vẽ từ đỉnh A của tam giác ABC. Tính $b + \frac{1}{2}a$?

Phương pháp giải:

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} = k \overrightarrow{BC} \end{cases}$$

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (8;1)$, $\overrightarrow{AH} = (a-0; b-5) = (a; b-5)$, $\overrightarrow{BH} = (a+2; b-8)$.

Vì AH vuông góc với BC nên ta có $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow 8a + 1 \cdot (b-5) = 0 \Rightarrow 8a + b - 5 = 0$ (1).

Vì H là chân đường cao kẻ từ A nên B, H, C thẳng hàng hay \overrightarrow{BH} , \overrightarrow{BC} cùng phương.

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{BH} = k \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} a+2 = k \cdot 8 \\ b-8 = k \cdot 1 \end{cases} \Rightarrow k = \frac{a+2}{8} = b-8 \quad (2).$$

Giải hệ hai phương trình (1), (2) ta được $a = -\frac{2}{5}$, $b = \frac{41}{5}$.

$$\text{Vậy } b + \frac{1}{2}a = \frac{41}{5} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = 8.$$

Đáp án: 8.

Câu 6. Số ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là?

Phương pháp giải:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1.$$

Lời giải chi tiết:

Dãy số liệu trên đã sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Có } n = 20 \text{ nên } Q_2 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{18 + 20}{2} = 19.$$

$$\text{Bên trái trung vị có 10 giá trị nên } Q_1 = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{9 + 11}{2} = 10.$$

$$\text{Bên phải trung vị có 10 giá trị nên } Q_3 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{31 + 33}{2} = 32.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 32 - 10 = 22$.

Đáp án: 22.