

ĐỀ THI HỌC KÌ I – Đề số 12

Môn: Toán học - Lớp 10

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết học kì I của chương trình sách giáo khoa Toán 10 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dần trải tất cả các chương học kì I – chương trình Toán 10.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Có bao nhiêu phát biểu dưới đây là mệnh đề?

- 1) "17 là số nguyên tố".
- 2) "Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền".
- 3) "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé"!
- 4) "Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn".

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 2. Cho $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Cách viết nào đúng?

A. $a \subset [a; b]$ B. $\{a\} \subset [a; b]$ C. $\{a\} \in [a; b]$ D. $a \in (a; b]$

Câu 3. Điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?

A.
$$\begin{cases} x + 3y < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + 3y \geq 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

Câu 4. Trong các hệ sau, hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$A. \begin{cases} x - 3y > 4 \\ 2x + y \leq 12 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x - y < 4 \\ x^2 + 2y \leq 15 \end{cases}$$

Câu 5. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

$$A. \sin 150^\circ = \frac{1}{2}$$

$$B. \cos 150^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$C. \tan 150^\circ = \sqrt{3}$$

$$D. \cot 150^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là sai?

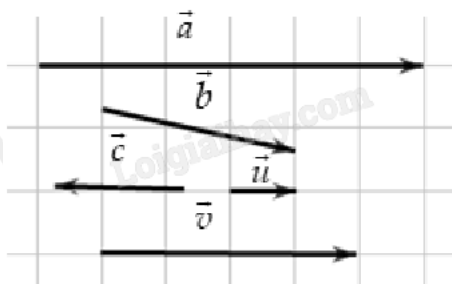
$$A. \frac{a}{\sin A} = 2R$$

$$B. \sin A = \frac{a}{2R}$$

$$C. b \sin B = 2R$$

$$D. \sin C = \frac{c \sin A}{a}$$

Câu 7. Cho các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{u}$ và \vec{v} như trong hình dưới. Hỏi có bao nhiêu vecto cùng hướng với \vec{u} ?



- A. 4
- B. 2
- C. 3
- D. 1

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(-3;6)$, $B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$. Tọa

độ điểm C là

- A. $C(5;-4)$
- B. $C(5;4)$
- C. $C(-5;4)$
- D. $C(-5;-4)$

Câu 9. Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho vectơ $\vec{OM} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) + 5\vec{j} - 2\vec{i}$. Tọa độ điểm M là

- A. $(-1;-9)$
- B. $(1;17)$
- C. $(-1;-17)$
- D. $(-3;2)$

Câu 10. Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$.

- A. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$
- B. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$
- C. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{a^2}{2}$
- D. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\frac{a^2}{2}$

Câu 11. Chiều cao của một ngọn đồi là $\bar{h} = 347,13\text{m} \pm 0,2\text{m}$. Độ chính xác d của phép đo trên là

- A. $d = 347,13 \text{ m}$
- B. $d = 347,33 \text{ m}$
- C. $d = 0,2 \text{ m}$

D. $d = 346,93 \text{ m}$

Câu 12. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu sau:

22, 24, 33, 17, 11, 4, 18, 87, 72, 30.

A. 33

B. 83

C. 89

D. 82

Phần II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x, y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng.

a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$.

b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $x + 2y \leq 100$.

c) Trong một tháng, Bình có thể gọi 50 phút nội mạng và 20 phút ngoại mạng mà số tiền phải trả không đến 100 nghìn đồng.

d) Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn x, y biểu diễn số tiền phải trả cho tổng đài là một hình tam giác.

Câu 2. Cho $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\alpha = 60^\circ$.

b) $\sin \alpha < 0$.

c) $\tan^2 \alpha = 3$.

d) Giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha = \frac{13}{4}$.

Câu 3. Cho ABCD là hình vuông tâm O.

a) $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$.

b) $|\overline{AB} + \overline{OD}| = AO$.

c) $|\overline{AB} - \overline{OC} + \overline{OD}| = 0$.

d) Tập hợp điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC} + \overline{MD}| = MO$ là một điểm.

Câu 4. Cho mẫu số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong một năm (kg/sào) của 10 hộ gia đình.

112	111	112	113	114	116	115	114	115	114
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- a) Sản lượng chè trung bình thu được trong một năm của mỗi gia đình là 113,6.
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 5.
 c) Số trung vị là 113.
 d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là 3.

Phần III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

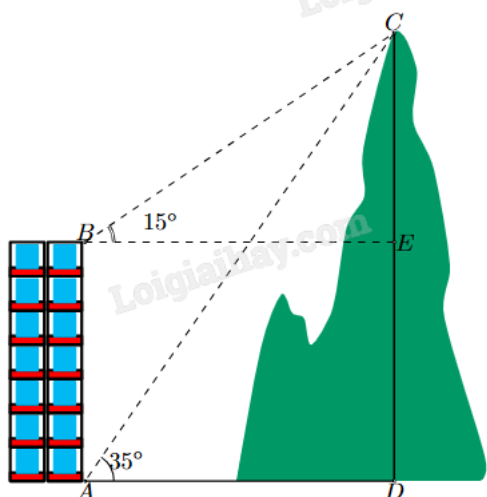
Câu 1. Cho hai tập hợp khác rỗng $A = (m - 1; 4]$, $B = (-2; 2m + 2)$ với $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để $A \cap B \neq \emptyset$?

Câu 2. Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Sản phẩm I	Sản phẩm II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

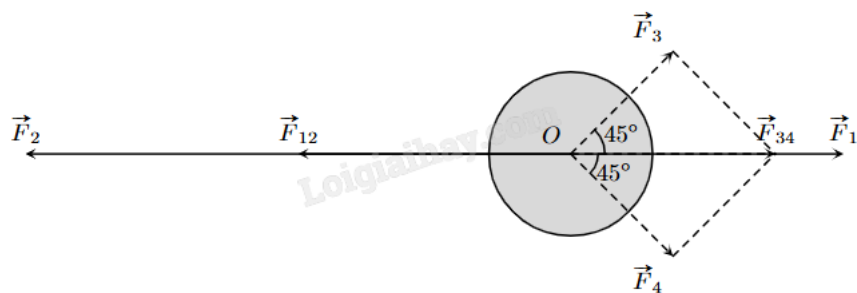
Một đơn vị sản phẩm I lãi 30 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm II lãi 50 nghìn đồng. Để thu được lãi cao nhất, nhà máy cần sản xuất x sản phẩm I và y sản phẩm II. Tính $x - y$.

Câu 3. Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang 35° và lần thứ hai người này quan sát tại sân thượng của cùng tòa nhà đó với phương nằm ngang 15° (như hình vẽ). Tính chiều cao ngọn núi biết rằng tòa nhà cao 60 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 4. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp đôi độ lớn lực \vec{F}_1 . Người ta muốn vật dừng nên cần tác dụng vào vật hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 có phương

hợp với lực \vec{F}_1 các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N. Tính tổng độ lớn của hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(-1;2)$, $B(5;8)$. Điểm $M \in Ox$ sao cho tam giác MAB vuông tại A. Diện tích tam giác MAB bằng bao nhiêu?

Câu 6. Cho bảng phân bố tần số như sau:

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Tần số	15	$2n - 1$	12	$n^2 - 14n + 47$	14	10	16	17

Tìm n để $M_0 = x_2; M_0 = x_4$ là hai một của bảng số liệu trên.

----- Hết -----

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

1. B	2. B	3. A	4. D	5. A	6. C
7. B	8. C	9. B	10. D	11. C	12. B

Câu 1. Có bao nhiêu phát biểu dưới đây là mệnh đề?

- 1) "17 là số nguyên tố".
- 2) "Tam giác vuông có một đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền".
- 3) "Các em hãy cố gắng học tập thật tốt nhé"!
- 4) "Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được đường tròn".

- A. 4
B. 3
C. 2
D. 1

Phương pháp giải:

Mệnh đề là một khẳng định có tính đúng sai.

Lời giải chi tiết:

Chỉ có câu 3. không phải mệnh đề.

Đáp án B.

Câu 2. Cho $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Cách viết nào đúng?

- A. $a \subset [a; b]$
B. $\{a\} \subset [a; b]$
C. $\{a\} \in [a; b]$
D. $a \in (a; b]$

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc viết kí hiệu bao hàm giữa phần tử và tập hợp, giữa tập hợp và tập hợp.

Lời giải chi tiết:

A sai vì a là phần tử, không dùng kí hiệu \subset .

B đúng.

C sai vì $\{a\}$ là tập hợp chứa 1 phần tử a , không dùng kí hiệu \in .

D sai vì $(a; b]$ là tập hợp không chứa phần tử a .

Đáp án B.

Câu 3. Điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?

$$\text{A. } \begin{cases} x + 3y < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x + 3y \geq 0 \\ 2x + y - 4 < 0 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

Phương pháp giải:

Thay cặp số vào từng hệ bất phương trình, nếu thỏa mãn thì là nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Lời giải chi tiết:

Thay tọa độ của $O(0;0)$ vào tất cả các bất phương trình trên, chỉ thấy $0 + 3 \cdot 0 < 0$ là sai.

Vậy $O(0;0)$ không phải là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + 3y < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$.

Đáp án A.

Câu 4. Trong các hệ sau, hệ nào không phải là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$\text{A. } \begin{cases} x - 3y > 4 \\ 2x + y \leq 12 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x - 1 > 3 \\ y + 3 \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x + y \leq 14 \\ -3 < x \leq 5 \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x - y < 4 \\ x^2 + 2y \leq 15 \end{cases}$$

Phương pháp giải:

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ gồm các bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải chi tiết:

Hệ ở đáp án D không là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì hệ này chứa một bất phương trình bậc hai $x^2 + 2y \leq 15$.

Đáp án D.

Câu 5. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

$$\text{A. } \sin 150^\circ = \frac{1}{2}$$

B. $\cos 150^\circ = -\frac{1}{2}$

C. $\tan 150^\circ = \sqrt{3}$

D. $\cot 150^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Phương pháp giải:

Tra bảng giá trị lượng giác của các góc có số đo đặc biệt hoặc sử dụng máy tính cá nhân.

Lời giải chi tiết:

$$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}; \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \cot 150^\circ = -\sqrt{3}.$$

Đáp án A.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$

B. $\sin A = \frac{a}{2R}$

C. $b \sin B = 2R$

D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$

Phương pháp giải:

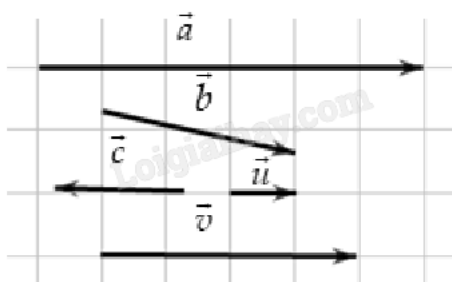
Sử dụng định lí Sin trong tam giác ABC.

Lời giải chi tiết:

Theo định lí Sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$

Đáp án C.

Câu 7. Cho các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{u}$ và \vec{v} như trong hình dưới. Hỏi có bao nhiêu vecto cùng hướng với \vec{u} ?



A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

Phương pháp giải:

Quan sát hình vẽ. Các vecto cùng hướng có giá song song và cùng chiều nhau.

Lời giải chi tiết:

Các vecto cùng hướng với \vec{u} là \vec{a} và \vec{v} .

Đáp án B.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(-3;6)$, $B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$. Tọa

độ điểm C là

A. C(5;-4)

B. C(5;4)

C. C(-5;4)

D. C(-5;-4)

Phương pháp giải:

$$\text{Tọa độ điểm G là trọng tâm tam giác ABC là } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

Lời giải chi tiết:

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = 3 \cdot \frac{1}{3} + 3 - 9 = -5 \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = 3 \cdot 0 - 6 + 10 = 4 \end{cases}$$

Vậy C(-5;4).

Đáp án C.

Câu 9. Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho vecto $\overrightarrow{OM} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) + 5\vec{j} - 2\vec{i}$. Tọa độ điểm M là

A. (-1;-9)

B. (1;17)

C. (-1;-17)

D. (-3;2)

Phương pháp giải:

Sử dụng biểu thức tọa độ các phép cộng, trừ hai vecto, tích của vecto với một số.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$.

$$\overrightarrow{OM} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) + 5\vec{j} - 2\vec{i} = 3\vec{i} + 12\vec{j} + 5\vec{j} - 2\vec{i} = \vec{i} + 17\vec{j} = (1;17).$$

Đáp án B.

Câu 10. Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$

Phương pháp giải:

Công thức tính tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = BA \cdot BC \cos ABC = a \cdot a \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$.

Đáp án D.

Câu 11. Chiều cao của một ngọn đồi là $\bar{h} = 347,13\text{m} \pm 0,2\text{m}$. Độ chính xác d của phép đo trên là

A. $d = 347,13 \text{ m}$

B. $d = 347,33 \text{ m}$

C. $d = 0,2 \text{ m}$

D. $d = 346,93 \text{ m}$

Phương pháp giải:

a là số gần đúng của \bar{a} với độ chính xác d, quy ước viết gọn là $\bar{a} = a \pm d$.

Lời giải chi tiết:

Độ chính xác của phép đo trên là $d = 0,2 \text{ m}$.

Đáp án C.

Câu 12. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu sau:

22, 24, 33, 17, 11, 4, 18, 87, 72, 30.

A. 33

B. 83

C. 89

D. 82

Phương pháp giải:

Xác định khoảng biến thiên bằng cách lấy giá trị lớn nhất trừ đi giá trị nhỏ nhất.

Lời giải chi tiết:

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 4. Giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 87.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 87 - 4 = 83$.

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

Câu 1. Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x, y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng và Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng.

- a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$.
- b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $x + 2y \leq 100$.
- c) Trong một tháng, Bình có thể gọi 50 phút nội mạng và 20 phút ngoại mạng mà số tiền phải trả không đến 100 nghìn đồng.
- d) Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn x, y biểu diễn số tiền phải trả cho tổng đài là một hình tam giác.

Phương pháp giải:

Ứng dụng bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng). Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$.

b) **Sai.** Vì mỗi tuần Bình chỉ bỏ ra số tiền thấp hơn 100 nghìn đồng nên ta có bất phương trình:
 $x + 2y < 100$.

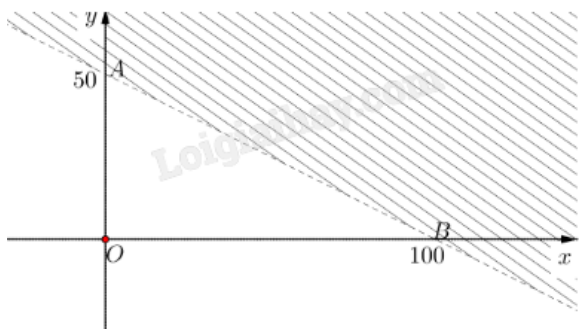
c) **Đúng.** Thay cặp số $(50; 20)$ vào bất phương trình vừa tìm: $50 + 2 \cdot 20 < 100$ (đúng).

Vậy trong một tháng, Bình có thể gọi 50 phút nội mạng và 20 phút ngoại mạng mà số tiền phải trả không đến 100 nghìn đồng.

d) **Đúng.** Vẽ đường thẳng (d): $x + 2y = 100$ đi qua hai điểm $A(0; 50)$ và $B(100; 0)$.

Thay tọa độ điểm $O(0; 0)$ vào bất phương trình: $0 + 2 \cdot 0 < 100$ (đúng) nên $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm.

Vậy miền nghiệm của $x + 2y < 100$ là nửa mặt phẳng (không kể d) chứa điểm O (phần không gạch chéo).



Kết hợp điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ ta có miền nghiệm là miền tam giác OAB .

Câu 2. Cho $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

a) $\alpha = 60^\circ$.

b) $\sin \alpha < 0$.

c) $\tan^2 \alpha = 3$.

d) Giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha = \frac{13}{4}$.

Phương pháp giải:

Sử dụng các đẳng thức lượng giác $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Lời giải chi tiết:

a) **Đúng.** $\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

b) **Sai.** Các góc $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ có giá trị sin dương nên với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ thì $\sin \alpha > 0$.

c) **Đúng.** $\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - 1 = 3$.

d) **Sai.** Ta có:

$$P = 3\sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha = 3(1 - \cos^2 \alpha) + 4\cos^2 \alpha = 3 + \cos^2 \alpha = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}.$$

Câu 3. Cho ABCD là hình vuông tâm O.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$.

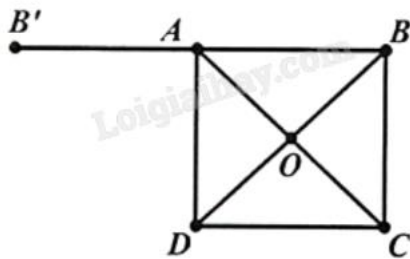
c) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$.

d) Tập hợp điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = MO$ là một điểm.

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, tính chất trung điểm đối với vectơ, quy tắc cộng, trừ hai vectơ.

Lời giải chi tiết:



a) **Đúng.** Vì ABCD là hình vuông nên áp dụng quy tắc hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

b) **Đúng.** O là trung điểm của BD nên $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO}$.

Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{AO}| = AO$.

c) **Đúng.** O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$.

Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}| = |\vec{0}| = 0$.

d) **Sai.** Gọi B' là điểm đối xứng với B qua A. Khi đó B' cố định và $\overrightarrow{BB'} = 2\overrightarrow{BA}$.

$$|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) - (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})| = |\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BB'}| = BB'$$

Suy ra $BB' = MO$. Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính $R = BB'$.

Câu 4. Cho mẫu số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong một năm (kg/sào) của 10 hộ gia đình.

112	111	112	113	114	116	115	114	115	114
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

a) Sản lượng chè trung bình thu được trong một năm của mỗi gia đình là 113,6.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 5.

c) Số trung vị là 113.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là 3.

Phương pháp giải:

Sử dụng công thức tính số trung bình, khoảng biến thiên.

Số trung vị là giá trị ở chính giữa khi sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm.

Khoảng tứ phân vị là hiệu của tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất.

Lời giải chi tiết:

Sản lượng (kg/sào)	111	112	113	114	115	116
Số hộ gia đình	1	2	1	3	2	1

a) **Đúng.** Sản lượng chè trung bình một năm của mỗi hộ gia đình là:

$$\bar{x} = \frac{111.1 + 112.2 + 113.1 + 114.3 + 115.2 + 116.1}{1 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1} = 113,6$$

b) **Đúng.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 116 - 111 = 5$.

c) **Sai.** Sắp xếp mẫu số liệu gốc theo thứ tự không giảm. Gọi các giá trị đó lần lượt là $x_1; x_2; \dots; x_{10}$.

Trung vị của mẫu số liệu là $\frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{114 + 114}{2} = 114$.

d) **Đúng.** Bên trái trung vị có 5 giá trị nên tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = x_3 = 112$.

Bên phải trung vị có 5 giá trị nên tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = x_8 = 115$.

Vậy khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 115 - 112 = 3$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

Câu 1. Cho hai tập hợp khác rỗng $A = (m - 1; 4]$, $B = (-2; 2m + 2)$ với $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để $A \cap B \neq \emptyset$?

Phương pháp giải:

Tìm điều kiện để $A \cap B = \emptyset$, từ đó suy ra điều kiện để $A \cap B \neq \emptyset$ bằng cách lấy phần bù.

Lời giải chi tiết:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} m - 1 < 4 \\ -2 < 2m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$$

$$\text{Ta có } A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 2 \leq m - 1 \\ 4 \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3.$$

$$\text{Suy ra } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 5 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$$

Các giá trị nguyên m thỏa mãn là $-1; 0; 1; 2; 3; 4$.

Vậy có 6 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án: 6.

Câu 2. Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Sản phẩm I	Sản phẩm II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi 30 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm II lãi 50 nghìn đồng. Để thu được lãi cao nhất, nhà máy cần sản xuất x sản phẩm I và y sản phẩm II. Tính $x - y$.

Phương pháp giải:

Ứng dụng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải chi tiết:

Ta có điều kiện $x, y \geq 0$.

Để sản xuất x sản phẩm I cần $2x$ máy nhóm A.

Để sản xuất ra y sản phẩm II cần $2y$ máy nhóm A.

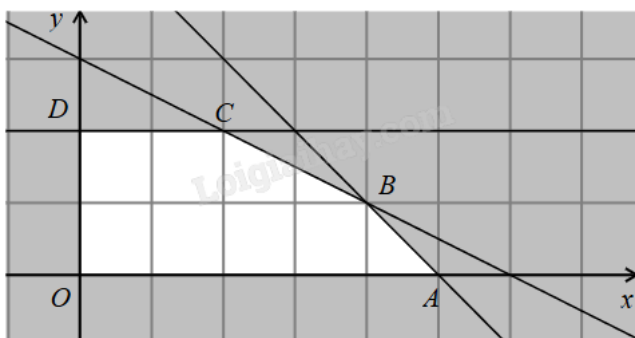
Mà chỉ có 10 máy nhóm A nên $2x + 2y \leq 10$.

Tương tự với các máy nhóm B, C và kết hợp điều kiện, ta được hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x + y \leq 5 \\ y \leq 2 \\ x + 2y \leq 6 \\ x, y \geq 0 \end{cases} (*)$$

Lợi nhuận thu được là $f(x;y) = 30x + 50y$ (nghìn đồng).

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $f(x;y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).



Miền nghiệm của hệ (*) là miền ngũ giác OABCD (kể cả biên) với $O(0;0)$, $B(4;1)$, $C(2;2)$, $D(0;2)$.

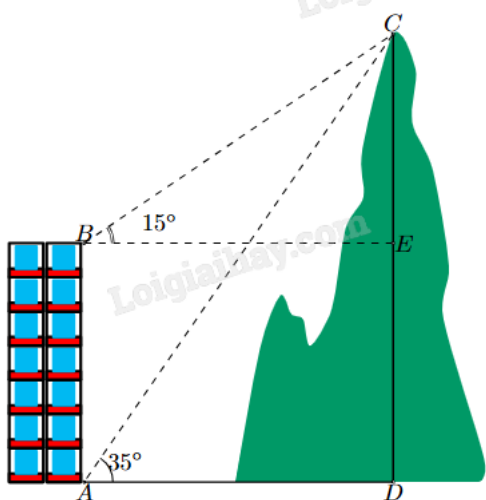
Thay tọa độ các điểm trên vào $f(x;y)$ thấy $f(4;1) = 170$ là giá trị lớn nhất.

Do đó, cần sản xuất 4 sản phẩm I và 1 sản phẩm II để thu về lợi nhuận cao nhất.

Vậy $x - y = 4 - 1 = 3$.

Đáp án: 3.

Câu 3. Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang 35° và lần thứ hai người này quan sát tại sân thượng của cùng tòa nhà đó với phương nằm ngang 15° (như hình vẽ). Tính chiều cao ngọn núi biết rằng tòa nhà cao 60 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Phương pháp giải:

B1: Tính các góc của tam giác ABC.

B2: Tính AC bằng định lí Sin cho tam giác ABC.

B3: Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông CAD để tính CD.

Lời giải chi tiết:

+) $BAC + DAC = 90^\circ$

$BAC = 90^\circ - DAC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ.$

+) $CBA = CBE + ABE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ.$

+) Xét tam giác ABC có $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 55^\circ - 105^\circ = 20^\circ.$

Áp dụng định lí Sin cho tam giác ABC: $\frac{AB}{\sin BCA} = \frac{AC}{\sin ABC}.$

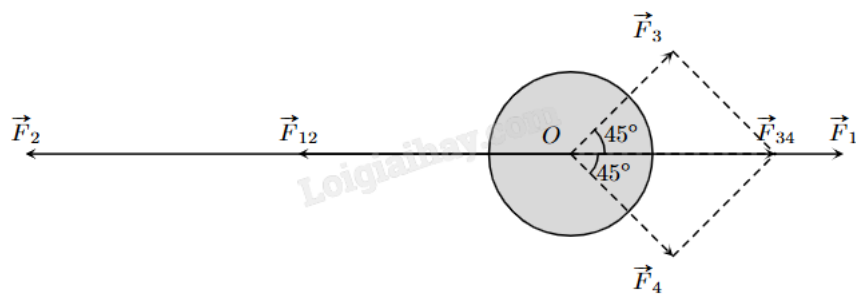
Suy ra $AC = \frac{AB \sin ABC}{\sin ACB} = \frac{60 \sin 105^\circ}{\sin 20^\circ}.$

Xét tam giác ACD vuông tại D: $\sin CAD = \frac{CD}{AC}.$

Suy ra $CD = AC \sin CAD = \frac{60 \sin 105^\circ}{\sin 20^\circ} \sin 35^\circ \approx 97,2.$

Đáp án: 97,2.

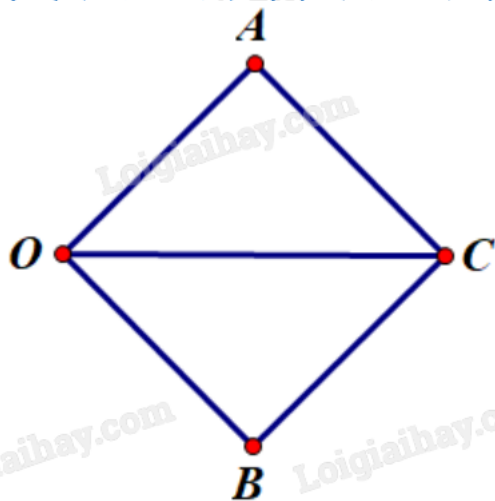
Câu 4. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp đôi độ lớn lực \vec{F}_1 . Người ta muốn vật đứng nên cần tác dụng vào vật hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 có phương hợp với lực \vec{F}_1 các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N. Tính tổng độ lớn của hai lực \vec{F}_3 và \vec{F}_4 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Phương pháp giải:

Sử dụng quy tắc tổng hợp lực, quy tắc hình bình hành.

Lời giải chi tiết:



Dựng hình bình hành OACB sao cho $OA = OB = 20$, $\angle AOC = \angle BOC = 45^\circ$ và \vec{OC} cùng hướng với \vec{F}_1 .

Khi đó $|\vec{F}_3| = |\vec{OA}| = OA = 20$, $|\vec{F}_4| = |\vec{OB}| = OB = 20$, $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_{34} = \vec{OC}$ và $|\vec{F}_{34}| = |\vec{OC}|$.

Vì $OA = OB$ nên OACB là hình thoi.

Mà $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ nên OACB là hình vuông.

Khi đó $OC = \sqrt{2}OA = 20\sqrt{2}$.

Vì độ lớn lực \vec{F}_2 gấp đôi độ lớn lực \vec{F}_1 và hai lực này ngược chiều nên $\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1$.

Dưới tác động của 4 lực, vật ở vị trí cân bằng nên ta có:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 - 2\vec{F}_1 + \vec{F}_{34} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{34} = \vec{F}_1 \Rightarrow |\vec{F}_{34}| = |\vec{F}_1| = 20\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_2| = 2|\vec{F}_1| = 2 \cdot 20\sqrt{2} = 40\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = 20\sqrt{2} + 40\sqrt{2} = 60\sqrt{2} \approx 84,9 \text{ (N)}.$$

Đáp án: 84,9.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(-1;2)$, $B(5;8)$. Điểm $M \in Ox$ sao cho tam giác MAB vuông tại A. Diện tích tam giác MAB bằng bao nhiêu?

Phương pháp giải:

Sử dụng tích vô hướng để tìm tọa độ điểm M.

Tính MA, AB, từ đó suy ra diện tích tam giác MAB vuông tại A.

Lời giải chi tiết:

Vì $M \in Ox$ nên $M(x_M; 0)$.

Từ đó ta có $\vec{AM} = (x_M + 1; -2)$, $\vec{AB} = (6; 6)$.

Tam giác MAB vuông tại A nên góc giữa hai vectơ \vec{AB} , \vec{AM} bằng 90° .

Khi đó $\vec{AB} \cdot \vec{AM} = 0 \Rightarrow 6(x_M + 1) - 12 = 0 \Rightarrow x_M = 1$. Vậy $M(1; 0)$.

Ta có $AM = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2}$; $AB = \sqrt{(5+1)^2 + (8-2)^2} = 6\sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } S_{MAB} = \frac{1}{2} AM \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 12.$$

Đáp án: 12.

Câu 6. Cho bảng phân bố tần số như sau:

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Tần số	15	$2n - 1$	12	$n^2 - 14n + 47$	14	10	16	17

Tìm n để $M_0 = x_2; M_0 = x_4$ là hai một của bảng số liệu trên.

Phương pháp giải:

Một là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng. Nếu có nhiều hơn 1 giá trị có cùng tần số và là tần số lớn nhất thì các giá trị đó đều là một.

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} 2n - 1 = n^2 - 14n + 47 \\ 2n - 1 > 17 \\ n^2 - 14n + 47 > 17 \end{cases} \quad \text{tìm } n.$$

Lời giải chi tiết:

Để x_2 và x_4 là hai một của mẫu số liệu thì tần số của chúng phải bằng nhau và lớn hơn các tần số còn lại.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 2n - 1 = n^2 - 14n + 47 & (1) \\ 2n - 1 > 17 & (2) \\ n^2 - 14n + 47 > 17 & (3) \end{cases}$$

Giải (1) được hai nghiệm $n = 12$ và $n = 4$.

Vì $n = 4$ không thỏa mãn (2) nên loại.

Thấy $n = 12$ thỏa mãn cả (2) và (3) nên $n = 12$ là giá trị cần tìm.

Đáp án: 12.