ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 2

Môn: Toán học - Lớp 12

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 12.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì II – chương trình Toán 12.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) D	**2)** C	**3)** A	**4)** B	**5)** B	**6)** C
7) B	**8)** B	**9)** B	**10)** C	**11)** C	**12)** C

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là

A. $\frac{e^{x+1}}{x+1}+C$

B. $\frac{(e+1)^x}{e+1}+C$

C. $-e^{-x}+C$

D. e^x+C

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số mũ: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}+C$.

Lời giải chi tiết:

$\int e^x dx = \frac{e^x}{\ln e}+C = e^x+C$.

Đáp án D.

Câu 2. Hàm số $F(x) = \cos 3x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = 3\sin 3x$

B. $f(x) = \sin x^2$

C. $f(x) = -3\sin 3x$

D. $f(x) = -\frac{1}{3}\sin 3x$

Phương pháp giải:

F(x) là nguyên hàm của f(x) nếu F'(x) = f(x).

Lời giải chi tiết:

Vì $F'(x) = (\cos 3x)' = -3\sin 3x$ nên F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -3\sin 3x$.

Đáp án C.

Câu 3. Cho hai hàm số f(x) và g(x) liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

B. $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

C. $\int_a^b f(x).g(x)dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b g(x)dx - \int_a^b f(x)dx$

Phương pháp giải:

Áp dụng tính chất của tích phân $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$.

Lời giải chi tiết:

$\int_a^b f(x) + g(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ là khẳng định đúng.

Đáp án A.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = 3 + \frac{1}{x}$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của f(x) trên $(0; +\infty)$?

A. $F(x) = 3x - \frac{1}{x^2}$

B. $F(x) = 3x + \ln x$

C. $F(x) = 3x + \frac{1}{x^2}$

D. $F(x) = 3x - \ln x$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa: $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số $y=\frac{1}{x}$: $\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$.

Lời giải chi tiết:

$$\int f(x)dx=\int\left(3+\frac{1}{x}\right)dx=3x+\ln|x|+C.$$

Đáp án B.

Câu 5. Cho hàm số $\frac{2x^2}{3}$. Kết quả của $\int_0^3 \frac{f(x)}{2}dx$ là

A. 9

B. 3

C. 27

D. $\frac{1}{3}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa $\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$.

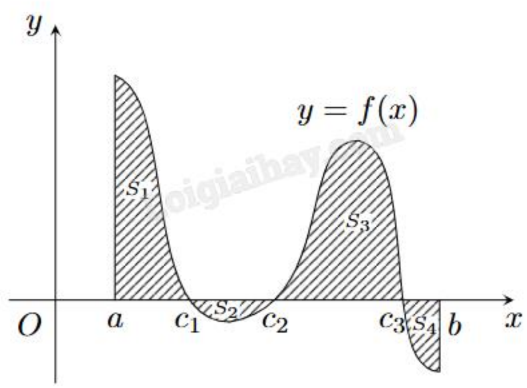
Áp dụng tính chất của tích phân $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$.

Lời giải chi tiết:

$$\int_0^3 \frac{f(x)}{2}dx=\frac{1}{2}\int_0^3 f(x)dx=\frac{1}{2}\int_0^3 \frac{2x^2}{3}dx=\frac{1}{3}\int_0^3 x^2dx=\frac{1}{3}.\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^3=\frac{1}{3}.\frac{3^3}{3}=3.$$

Đáp án B.

Câu 6. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình bên. S_1, S_2, S_3, S_4 lần lượt là phần diện tích tương ứng của đồ thị hàm số với trục hoành. Tích phân $\int_a^b f(x)dx$ có kết quả là



A. $S_1+S_2+S_3+S_4$

B. $-S_1+S_2-S_3+S_4$

C. $S_1 - S_2 + S_3 - S_4$

D. $-S_1 - S_2 - S_3 - S_4$

Phương pháp giải:

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số y = f(x), y = g(x) liên tục trên [a;b] và hai đường thẳng x = a, x = b được tính bằng công thức $S\int_a^b |f(x) - g(x)|dx$.

Lời giải chi tiết:

Trên các khoảng đồ thị y = f(x) nằm phía trên trục hoành, ta có f(x) > 0, hay |f(x)| = f(x).

Trên các khoảng đồ thị y = f(x) nằm phía dưới trục hoành, ta có f(x) < 0, hay |f(x)| = -f(x).

$$S_1 = \int_a^{c_1} |f(x)|dx \Rightarrow S_1 = \int_a^{c_1} f(x)dx;$$

$$S_2 = \int_{c_1}^{c_2} |f(x)|dx \Rightarrow S_2 = -\int_{c_1}^{c_2} f(x)dx \Rightarrow -S_2 = \int_{c_1}^{c_2} f(x)dx;$$

$$S_3 = \int_{c_3}^{c_3} |f(x)|dx \Rightarrow S_3 = \int_{c_3}^{c_3} f(x)dx;$$

$$S_4 = \int_{c_3}^{b} |f(x)|dx \Rightarrow S_4 = -\int_{c_3}^{b} f(x)dx \Rightarrow -S_4 = \int_{c_3}^{b} f(x)dx.$$

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^{c_1} f(x)dx + \int_{c_1}^{c_2} f(x)dx + \int_{c_2}^{c_3} f(x)dx + \int_{c_3}^{b} f(x)dx = S_1 - S_2 + S_3 - S_4$.

Đáp án C.

Câu 7. Trong không gian Oxyz , mặt phẳng (α) : x + 2y + 3z – 12 = 0 cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 2

B. 6

C. 3

D. 1

Phương pháp giải:

Lập phương trình tham số của trục tung. Thay tọa độ x, y, z theo t của phương trình vừa lập vào phương trình mặt phẳng để tìm t. Từ đó kết luận tung độ giao điểm.

Lời giải chi tiết:

Trục tung có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$.

Xét phương trình $0 + 2t + 3.0 - 12 = 0 \Leftrightarrow 2t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Vậy tung độ giao điểm của trục tung và mặt phẳng (α) là y = 6.

Đáp án B.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, khoảng cách từ điểm M(-2;1;2) đến mặt phẳng $(\alpha): x - 5y + 2z - 7 = 0$ là

A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{10}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm tới một đường thẳng.

Lời giải chi tiết:

$$d\left(M,(\alpha)\right) = \frac{\left|1.(-2) - 5.1 + 2.2 - 7\right|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}.$$

Đáp án B.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, một vecto chỉ phương của mặt phẳng $(\beta): 2x + 3y - z + 5 = 0$ là

A. $\vec{u} = (-2;-3;1)$

B. $\vec{u} = (0;2;6)$

C. $\vec{u} = (2;2;2)$

D. $\vec{u} = (-1;3;2)$

Phương pháp giải:

Từ phương trình tổng quát, xác định vecto pháp tuyến của mặt phẳng, từ đó tìm vecto có giá vuông góc với vecto pháp tuyến vừa tìm.

Lời giải chi tiết:

Vecto pháp tuyến của (β) là $\vec{n} = (2;3;-1)$.

Xét các phương án, thấy chỉ có 0.2 + 2.3 + 6.(-1) = 0, tức $\vec{u} = (0;2;6)$ có giá vuông góc với $\vec{n} = (2;3;-1)$.

Vậy $\vec{u} = (0;2;6)$ là một vecto chỉ phương của (β).

Đáp án B.

Câu 10. Góc giữa hai mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 1 = 0$ và (Q): $-x + y + 2z + 2 = 0$ bằng

A. 30^o

B. 45^o

C. 60^o

D. 90^o

Phương pháp giải:

Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P), (Q) tương ứng có các vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}=(A;B;C), \vec{n}'=(A';B';C')$. Khi đó, góc giữa (P) và (Q), kí hiệu là ((P), (Q)) được tính theo công thức:

$$\cos((P),(Q))=\frac{|AA'+BB'+CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}.$$

Lời giải chi tiết:

$$\cos((P),(Q))=\frac{|1.(-1)+2.1+1.2|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}.\sqrt{(-1)^2+1^2+2^2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow((P),(Q))=60^\circ.$$

Đáp án C.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): x – 2y + z – 1 = 0. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. E(0;0;1)

B. F(3;1;0)

C. M(2;-1;3)

D. N(3;2;2)

Phương pháp giải:

Thay tọa độ các điểm vào phương trình, nếu thỏa mãn thì điểm đó thuộc mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng, thấy chỉ có tọa độ điểm M(2;-1;3) không thỏa mãn phương trình mặt phẳng, do: 1.2 – 2.(-1) + 1.3 – 1 $\neq$ 0.

Đáp án C.

Câu 12. Trong không gian Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của một mặt phẳng?

A. $x^2+2y^2-3z^2+1=0$

B. $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}+2=0$

C. $x-y+1=0$

D. $xy+5=0$

Phương pháp giải:

Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng Ax + By + Cz + D = 0, với A, B, C không đồng thời bằng 0.

Lời giải chi tiết:

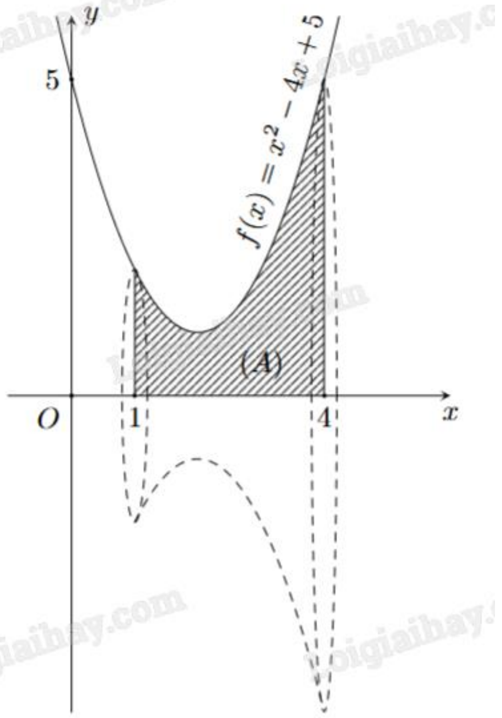
Chỉ có phương trình $x-y+1=0$ ở đáp án C có dạng phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Đáp án C.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

1) SĐSĐ	**2) ĐSSS**

Câu 1. Cho khối tròn xoay như hình bên.



a) Hình phẳng (A) được giới hạn các đường $y = f(x) = x^2 - 4x + 5$, y = 0, x = 0, x = 4.

b) Diện tích hình phẳng (A) được giới hạn là 6.

c) Tổng diện tích đáy trên và đáy dưới của khối tròn xoay là 17π.

d) Thể tích khối tròn xoay này khi quay hình phẳng (A) quanh trục Ox là $\frac{78}{5}\pi$.

Phương pháp giải:

Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số liên tục trên [a;b] y = f(x), y = 0, đường thẳng x = a, x = b.

a) Quan sát đồ thị và nhận xét.

b) Áp dụng công thức tính diện tích của hình phẳng $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

c) Bán kính hai đáy lần lượt là f(1) và f(4).

d) Áp dụng công thức tính thể tích vật thể quay quanh trục Ox $V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Hình phẳng (A) được giới hạn các đường $y = f(x) = x^2 - 4x + 5$, y = 0, x = 1, x = 4.

b) Đúng. Quan sát đoạn [1;4], thấy đồ thị y = f(x) nằm phía trên trục hoành.

Do đó, trên đoạn [1;4] ta có f(x) > 0, suy ra |f(x)| = f(x).

Diện tích hình phẳng (A) là:

$$S = \int_1^4 |x^2 - 4x + 5|dx = \int_1^4 (x^2 - 4x + 5)dx = \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 5x\right)\Bigg|_1^4$$

$= \left(\frac{4^3}{3} - 2.4^2 + 5.4\right) - \left(\frac{1^3}{3} - 2.1^2 + 5.1\right) = 6$.

c) Sai. Bán kính đáy nhỏ của khối tròn xoay là $f(1) = 1^2 - 4.1 + 5 = 2$, bán kính đáy lớn là $f(4) = 4^2 - 4.4 + 5 = 5$.

Tổng diện tích hai đáy là $S = \pi.2^2 + \pi.5^2 = 41\pi$.

d) Đúng. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (A) quanh trục Ox là:

$$V = \pi\int_1^4 \left(x^2 - 4x + 5\right)^2 dx = \frac{78\pi}{5}.$$

Câu 2. Trong không gian Oxyz, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí A(4;0;0). Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 4.

a) Điểm M(4;2;2) thuộc vùng phủ sóng.

b) Tập hợp tất cả các điểm thuộc vùng phủ sóng của thiết bị được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

c) Một bức tường được xây gần đó có phương trình (P): x + y – z = 6 sẽ chắn sóng của thiết bị.

d) Vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng (P) là hình tròn có bán kính bằng 4.

Phương pháp giải:

a) Áp dụng biểu thức tính khoảng cách giữa hai điểm. Nếu khoảng cách đó nhỏ hơn bán kính phủ sóng thì điểm M thuộc vùng phủ sóng.

b) Áp dụng quy tắc lập phương trình mặt cầu biết tâm và bán kính.

c) Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (P). Nếu khoảng cách đỏ nhỏ nhỏ hơn bán kính phủ sóng thì bức tường chắn được sóng của thiết bị.

d) Áp dụng định lí Pythagore.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. $AM = \sqrt{(4-4)^2 + (2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2} < 4$.

Khoảng cách từ M đến A nhỏ hơn bán kính phủ sóng nên M thuộc vùng phủ sóng.

b) Sai. Vùng phủ sóng là mặt cầu tâm A(4;0;0), bán kính R = 4 nên có phương trình:

$(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 16$.

c) Sai. $d\left(A,(P)\right) = \frac{|1.4 + 1.0 - 1.0 - 6|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} < 4$.

Vì khoảng cách từ bức tường tới thiết bị phát sóng nhỏ hơn bán kính phủ sóng nên bức tường đó chắn được sóng của thiết bị.

d) Sai. Bán kính vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng (P) là $\sqrt{4^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{33}}{3}$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

1) 1043	**2)** 665	**3)** -10	**4)** -4

Câu 1. Tại một nhà máy sản xuất phân bón, gọi P(x) là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x tấn sản phẩm trong một tuần. Khi đó, đạo hàm P'(x), gọi là là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức P'(x) = 16 – 0,02x với $0 \le x \le 100$. Tính lợi nhuận chênh lệch có được khi nhà máy bán 90 tấn sản phẩm trong tuần so với bán 20 tấn sản phẩm trong tuần (tính theo triệu đồng).

Phương pháp giải:

Tính $\int_{20}^{90} P'(x)dx$.

Lời giải chi tiết:

$$P(x) = \int_{20}^{90} P'(x)dx = \int_{20}^{90} (16 - 0,02x)dx = \left(16x - \frac{x^2}{100}\right)\Big|_{20}^{90} = 1043.$$

Đáp án: 1043.

Câu 2. Một xe ô tô chuyển động với vận tốc tại giây thứ t là $v(t) = 4t^3 + 2t + 3$ (m/s). Hỏi xe đã đi được quãng đường là bao nhiêu (đơn vị: mét) kể từ lúc bắt đầu (t = 0) cho đến lúc t = 5 (s)?

Phương pháp giải:

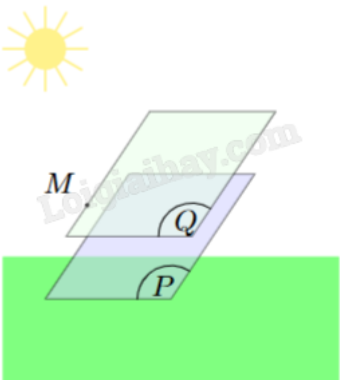
Tính $\int_0^5 v(t)dt$.

Lời giải chi tiết:

$$s(5) = \int_0^5 v(t)dt = \int_0^5 \left(4t^3 + 2t + 3\right)dt = 665 \text{ (m)}.$$

Đáp án: 665.

Câu 3. Một sinh viên thiết kế đồ họa 3D của một cánh đồng điện mặt trời trong không gian Oxyz, một tấm pin nằm trên mặt phẳng (P): x + 2y + 3z + 2 = 0; một tấm pin khác nằm trên mặt phẳng (Q) đi qua điểm M(1;2;3) và song song với mặt phẳng (P). Biết rằng phương trình mặt phẳng (Q) có dạng ax + 2y + bz + c = 0. Khi đó giá trị a + b + c bằng bao nhiêu?



Phương pháp giải:

Mặt phẳng (Q) có cùng vecto pháp tuyến với mặt phẳng (Q) do hai mặt phẳng song song với nhau.

Lời giải chi tiết:

(Q) // (P) và M(1;2;3) thuộc (Q) nên phương trình mặt phẳng (Q) là:

$1(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Vậy a + b + c = 1 + 3 + (-14) = -10.

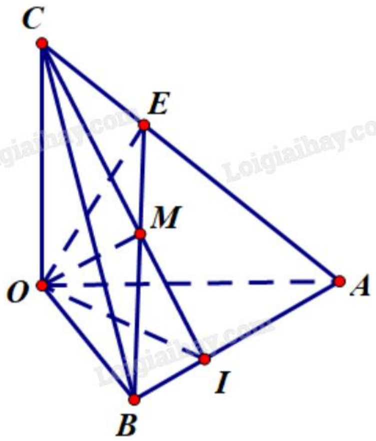
Đáp án: -10.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho điểm M (1;2;3). Mặt phẳng (P): ax + by + cz − 14 = 0 đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Tính giá trị biểu thức S = 2a + 3b − 4c.

Phương pháp giải:

Chứng minh $OM \perp (P)$ và $\overrightarrow{OM}$ là một vecto pháp tuyến của (P). Từ đó viết phương trình tổng quát của (P).

Lời giải chi tiết:



Lấy $I \in AB$ sao cho $CI \perp AB$. Khi đó, CI là đường cao của tam giác ABC và trực tâm M thuộc CI.

Ta có $\begin{cases} OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB \\ CI \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OCI) \Rightarrow AB \perp OM$ (vì OM thuộc (OCI)) (1)

Gọi E là giao điểm của BM và AC. Khi đó $BE \perp AC$ vì M là trực tâm tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} BE \perp AC \\ OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OBE) \Rightarrow AC \perp OM$ (vì OM thuộc (OBE)) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OM \perp (ABC)$ hay $OM \perp (P)$.

Do đó, $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$ là một vecto pháp tuyến của (P).

Mặt phẳng (P) đi qua M(1;2;3) và nhận $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$ làm vecto pháp tuyến có phương trình:

$1(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Vậy S = 2a + 3b – 4c = 2.1 + 3.2 – 4.3 = -4.

Đáp án: -4.

Phần IV: Tự luận (3 điểm)

1) 8	**2)** 26,5	**3)** 62,5

Câu 1. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{2}$, $d_1:\begin{cases}x=2t\\y=1\\z=1-t\end{cases}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2. Giá trị $\cos\varphi$ có dạng $\frac{a\sqrt{c}}{b}$. Tính giá trị biểu thức P = b – 3a + c.

Phương pháp giải:

Xác định vecto chỉ phương của hai đường thẳng rồi áp dụng biểu thức tọa độ tính góc giữa hai đường thẳng.

Lời giải chi tiết:

Vecto chỉ phương của hai đường thẳng lần lượt là $\vec{u}=(-1;2;2)$ và $\vec{v}=(2;0;-1)$.

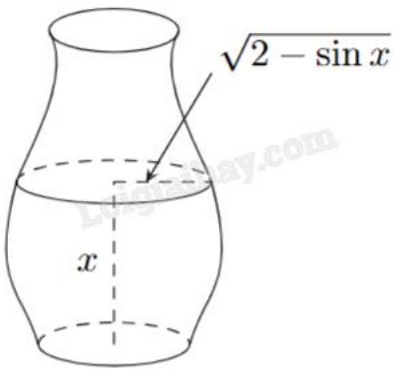
Góc giữa hai đường thẳng đã cho là:

$$\cos\varphi=\frac{|-1.2+2.0+2.(-1)|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+2^2}.\sqrt{2^2+0^2+(-1)^2}}=\frac{4}{3\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{15}.$$

Vậy P = b – 3a + c = 15 – 3.4 + 5 = 8.

Đáp án: 8.

Câu 2. Một bình chứa nước dạng như Hình bên có chiều cao là $\frac{3\pi}{2}$ dm. Nếu lượng nước trong bình có chiều cao là x (dm) thì mặt nước là hình tròn có bán kính $\sqrt{2-\sin x}$ (dm) với $0\le x\le\frac{3\pi}{2}$. Tính dung tích của bình (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của đềximét khối).



Phương pháp giải:

S(x) là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x; $a\le x\le b$. Giả sử S(x) là hàm số liên tục trên đoạn [a;b]. Khi đó, thể tích của vật thể B được xác định: $V=\int_a^b S(x)dx$.

Lời giải chi tiết:

Diện tích mặt nước hình tròn bán kính $R=\sqrt{2-\sin x}$ là:

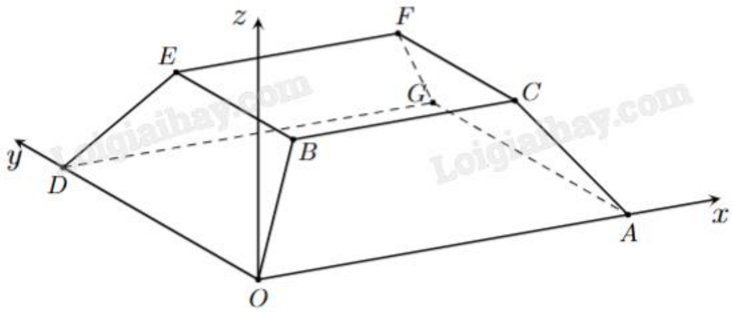
$$S(x)=\pi R^2=\pi\left(\sqrt{2-\sin x}\right)^2=\pi\left(2-\sin x\right)\ \left(dm^2\right).$$

Dung tích của bình là:

$$V=\int_0^{\frac{3\pi}{2}} S(x)dx=\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \pi\left(2-\sin x\right)dx=\pi\left(2x+\cos x\right)\Big|_0^{\frac{3\pi}{2}}=\pi\left(3\pi-1\right)\approx 26,5\ \ (dm^3).$$

Đáp án: 26,5.

Câu 3. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt OAGD.BCFE có hai đáy song song với nhau. Mặt sân OAGD là hình chữ nhật và được gắn hệ trục Oxyz như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân OAGD có chiều dài OA = 100 m, chiều rộng OD = 60 m và tọa độ điểm B(10;10;8). Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (OBED) bằng bao nhiêu mét (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục)?



Phương pháp giải:

Xác định tọa độ điểm G.

Tìm một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (OBED) bằng cách sử dụng tích có hướng của hai vecto, từ đó lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (OBED).

Áp dụng biểu thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

Theo hình vẽ, D(0;60;0), G(100;60;0).

$\overrightarrow{OB}=(10;10;8)$, $\overrightarrow{OD}=(0;60;0)$.

Một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (OBED) là $\left[\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right]=(-480;0;600)$.

Khi đó $\vec{n}=\dfrac{1}{120}.\left[\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}\right]=(-4;0;5)$ cũng là một vecto pháp tuyến của (OBED).

(OBED) đi qua O(0;0;0) và nhận $\vec{n}=(-4;0;5)$ làm vecto pháp tuyến nên có phương trình:

$-4(x-0)+0(y-0)+5(z-0)=0\Leftrightarrow -4x+5z=0$.

Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (OBED) là:

$$d\left(G,(OBED)\right)=\frac{\left|-4.100+0.60+5.0\right|}{\sqrt{(-4)^2+0^2+5^2}}\approx 62,5\ \ (m).$$

Đáp án: 62,5.