ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 7

Môn: Toán học - Lớp 11

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì II – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) C	**2)** B	**3)** B	**4)** C	**5)** C	**6)** D
7) C	**8)** A	**9)** A	**10)** D	**11)** B	**12)** B

Câu 1. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{-5}{12}}.\sqrt{a}.\frac{1}{a^2}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{-5}{12}}$

B. $a^{\frac{-10}{12}}$

C. $a^{\frac{-23}{12}}$

D. a^2

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $x^m.x^n=x^{m+n}$, $\sqrt[b]{x^a}=x^{\frac{a}{b}}$.

Lời giải chi tiết:

$$a^{\frac{-5}{12}}.\sqrt{a}.\frac{1}{a^2}=a^{\frac{-5}{12}}.a^{\frac{1}{2}}.a^{-2}=a^{\frac{-5}{12}+\frac{1}{2}-2}=a^{\frac{-23}{12}}.$$

Đáp án C.

Câu 2. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a\ne1$ và $\log_a b=2$, giá trị của $\log_{a^2}\left(ab^2\right)$ bằng

A. 2

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức $\log_{a^m} b = \frac{1}{m}\log_a b$; $\log_a b^m = m\log_a b$; $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải chi tiết:

$\log_{a^2}\left(ab^2\right) = \frac{1}{2}\log_a\left(ab^2\right) = \frac{1}{2}\log_a a + \frac{1}{2}\log_a b^2 = \frac{1}{2}\log_a a + 2.\frac{1}{2}\log_a b$

$= \frac{1}{2}\log_a a + \log_a b = \frac{1}{2}.1 + 2 = \frac{3}{2}$.

Đáp án B.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $[1;+\infty)$

B. $(1;+\infty)$

C. $\mathbb{R}$

D. Một đáp án khác

Phương pháp giải:

Tập xác định của hàm số $y = x^\alpha$ là $(0;+\infty)$ nếu α không nguyên.

Lời giải chi tiết:

ĐKXĐ: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Vậy $D = (1;+\infty)$.

Đáp án B.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

A. $x = \frac{8}{5}$

B. $x = 9$

C. $x = \frac{9}{5}$

D. $x = 8$

Phương pháp giải:

$\log_a x = b \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = a^b \end{cases}$.

Lời giải chi tiết:

$$\log_3(5x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x > 0 \\ 5x = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}.$$

Đáp án C.

Câu 5. Bất phương trình $9^{x+1} > 27^{2x+1}$ tương đương với

A. $x < 1$

B. $x - 1 > 0$

C. $x < -\frac{1}{4}$

D. $x \neq 0$

Phương pháp giải:

Đưa hai vế về dạng lũy thừa có cùng cơ số.

Lời giải chi tiết:

$$9^{x+1} > 27^{2x+1} \Leftrightarrow \left(3^2\right)^{x+1} > \left(3^3\right)^{2x+1} \Leftrightarrow 3^{2(x+1)} > 3^{3(2x+1)} \Leftrightarrow 2(x+1) > 3(2x+1) \Leftrightarrow 4x < -1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{4}.$$

Đáp án C.

Câu 6. Cho các số thực x và y. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

A. $2^x.2^y = 2^{x+y}$

B. $\left(2^x\right)^y = 2^{xy}$

C. $\frac{2^x}{2^y} = 2^{x-y}$

D. $2^x.3^x = 5^x$

Phương pháp giải:

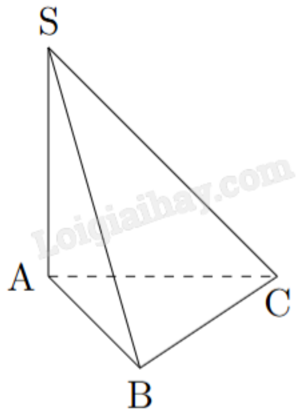
Áp dụng tính chất của lũy thừa $a^m.a^n = a^{m+n}$; $\left(a^m\right)^n = a^{m.n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $a^x.b^x = (a.b)^x$.

Lời giải chi tiết:

$2^x.3^x = (2.3)^x = 6^x$.

Đáp án D.

Câu 7. Cho hình chóp S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy là



A. SCB

B. SAC

C. SCA

D. SBC

Phương pháp giải:

Tìm hình chiếu vuông góc của S trên (ABC).

Lời giải chi tiết:

Vì $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC).

Khi đó $\left(SC,(ABC)\right) = \left(SC,AC\right) = SCA$.

Đáp án C.

Câu 8. Cho hình lập phương ABCS.A’B’C’D’. Số đo góc tạo bởi hai đường thẳng BD và CC’ bằng

A. 90^o

B. 60^o

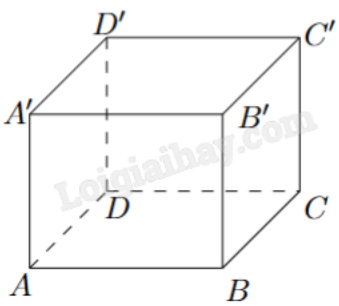
C. 45^o

D. 120^o

Phương pháp giải:

Nếu a // b thì (a,c) = (b,c).

Lời giải chi tiết:



Vì CC’ // BB’ nên $(BD,CC') = (BD,BB') = B'BD$.

Vì $BB' \perp (ABCD)$ nên $BB' \perp BD$ hay $B'BD = 90^o$.

Đáp án A.

Câu 9. Cho chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Đường thẳng vuông góc với MN là

A. AD

B. SB

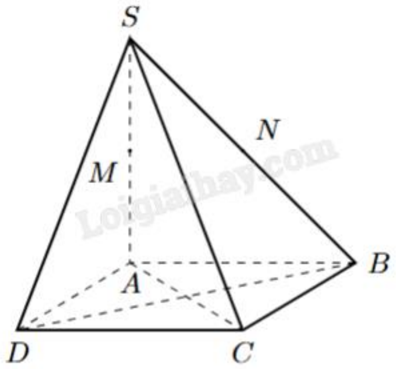
C. CD

D. SC

Phương pháp giải:

Chứng minh mặt phẳng chứa MN vuông góc với một trong số các đường thẳng ở đáp án rồi kết luận.

Lời giải chi tiết:



Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp MN$ (vì M, N thuộc (SAB)).

Đáp án A.

Câu 10. Tìm mệnh đề đúng.

A. Hình hộp có đáy là hình chữ nhật

B. Hình lăng trụ đều có đáy là tam giác đều

C. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau

D. Hình lập phương có 6 mặt là hình vuông

Phương pháp giải:

Dựa vào định nghĩa hình hộp, hình lăng trụ đều, hình chóp đều, hình lập phương.

Lời giải chi tiết:

"Hình lập phương có 6 mặt là hình vuông" là mệnh đề đúng.

A sai vì hình hộp có đáy là hình bình hành.

B sai vì hình lăng trụ đều có đáy là đa giác đều

C sai vì hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều, các cạnh bên bằng nhau.

Đáp án D.

Câu 11. Cho hình chóp.S ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Hình chiếu vuông góc của ΔSCD lên mặt phẳng (ABCD) là

A. ΔABC

B. ΔACD

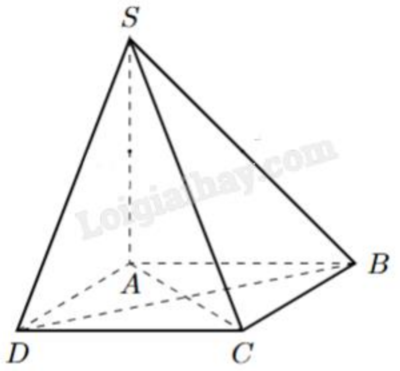
C. ΔSAD

D. ΔSBA

Phương pháp giải:

Tìm hình chiếu vuông góc của các điểm S, C, D lên (ABCD).

Lời giải chi tiết:



Hình chiếu vuông góc của các điểm S, C, D lên mặt phẳng (ABCD) lần lượt là A, C, D.

Suy ra hình chiếu vuông góc của ΔSCD lên mặt phẳng (ABCD) là ΔACD.

Đáp án B.

Câu 12. Trong không gian cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P), trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu b // a thì $b \perp (P)$

B. Nếu $b \perp a$ thì b // (P)

C. Nếu b // (P) thì $b \perp a$

D. Nếu $b \perp (P)$ thì b // a

Phương pháp giải:

Áp dụng liên hệ giữa quan hệ vuông góc và quan hệ song song.

Lời giải chi tiết:

B sai vì nếu $b \perp a$ thì b // (P) hoặc b thuộc (P).

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

1) SSĐS	**2)** ĐĐĐS

Câu 1. Trong điện hóa học, phương trình Nernst là một mối quan hệ nhiệt động hóa học cho phép tính toán thế khử của phản ứng (phản ứng nửa pin hoặc toàn pin) từ thế điện cực chuẩn, nhiệt độ tuyệt đối, số electron tham gia vào phản ứng oxid hóa khử và hoạt động (thường xấp xỉ theo nồng độ) của các tiểu phân trải qua

quá trình khử và oxy hóa tương ứng.

Phương trình Nernst có dạng tổng quát như sau $E_0 = E + \frac{RT}{nF}.\left(\ln \frac{C_{ox}}{C_{red}}\right)$.

Cho biết F = 96485; R = 8,314; T = 298. Các đại lượng còn lại giữ nguyên kí hiệu.

a) Kí hiệu $\ln \frac{C_{ox}}{C_{red}}$ là logarit cơ số 10 của $\frac{C_{ox}}{C_{red}}$.

b) Phương trình Nernst với số liệu trên có thể biến đổi thành một phương trình đơn hơn là

$E_0 = E + \frac{0,0592}{n}.\log \frac{C_{ox}}{C_{red}}$.

c) Với $\frac{C_{ox}}{C_{red}} = 1$ thì $E_0 = E$.

d) Phương trình Nernst có thể viết thành $E_0 = E + \frac{RT}{nF}.\left(\ln C_{ox} + \ln C_{red}\right)$.

Phương pháp giải:

Thay số và áp dụng các công thức biến đổi logarit.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Kí hiệu $\ln \frac{C_{ox}}{C_{red}}$ là logarit cơ số e của $\frac{C_{ox}}{C_{red}}$.

b) Sai. $E_0 = E + \frac{8,314.298}{n.96485}.\left(\ln \frac{C_{ox}}{C_{red}}\right) \Leftrightarrow E_0 = E + \frac{2477572}{n.96485000}.\left(\frac{\log \frac{C_{ox}}{C_{red}}}{\log e}\right)$

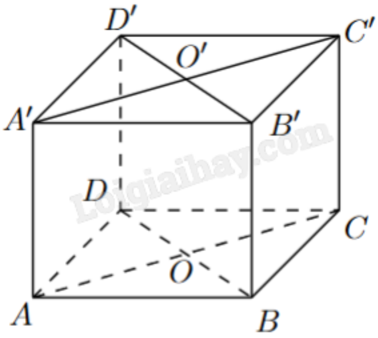
$\Leftrightarrow E_0 = E + \frac{2477572}{n.96485000}.\log e.\log \frac{C_{ox}}{C_{red}} \Leftrightarrow E_0 = E + \frac{2477572}{n.96485000}.\frac{1}{\log e}.\log \frac{C_{ox}}{C_{red}}$

$\Leftrightarrow E_0 = E + \frac{0,0591}{n}.\log \frac{C_{ox}}{C_{red}}$.

c) Đúng. Với $\frac{C_{ox}}{C_{red}} = 1$, ta có $E_0 = E + \frac{8,314.298}{n.96485}.\left(\ln \frac{C_{ox}}{C_{red}}\right) = E + \frac{8,314.298}{n.96485}.\ln 1 = E + \frac{8,314.298}{n.96485}.0 = E$.

d) Sai. $E_0 = E + \frac{RT}{nF}.\left(\ln \frac{C_{ox}}{C_{red}}\right) \Leftrightarrow E_0 = E + \frac{RT}{nF}.\left(\ln C_{ox} - \ln C_{red}\right)$.

Câu 2. Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’. Gọi O và O’ lần lượt là tâm của ABCD và A’B’C’D’.



a) $AD \perp (CDD'C')$.

b) Góc giữa hai đường thẳng A’D và DC’ là 60^{o}.

c) $OO' \perp (ABCD)$.

d) $A'D \perp BB'$.

Phương pháp giải:

Áp dụng điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng; quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có $\begin{cases} AD \perp DC \\ AD \perp DD' \end{cases} \Rightarrow AD \perp (CDD'C')$.

b) Đúng. Ta có A’D = DC’ = A’C’ (đường chéo của các hình vuông bằng nhau) nên A’DC’ là hình tam giác đều, hay $A'DC' = 60^{o}$.

Vậy $(A'D, DC') = A'DC' = 60^{o}$.

c) Đúng. Dễ thấy mặt phẳng (ACC’A’) là hình chữ nhật có O là trung điểm của AC, O’ là trung điểm của A’C’. Khi đó OO’ // AA’ và cùng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABCD).

d) Sai. $(A'D, BB') = (A'D, DD') = A'DD' = 45^{o}$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

1) 7200	**2)** 0,71	**3)** 10	**4)** 47,4

Câu 1. Nếu khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là M_0 (g) thì khối lượng carbon-14 còn lại (tính theo gam) sau t năm được tính theo công thức $M(t) = M_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{T}}$ (g), trong đó T = 7530 (năm) là chu kì bán rã của carbon-14. Nghiên cứu hoá thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon-14 hiện có trong hoá thạch là 5.10^{-13} g. Nhờ biết tỉ lệ khối lượng của carbon- 14 so với carbon- 12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon-14 trong cơ thể lúc sinh vật chết là $M_0 = 1,2.10^{-12}$ g. Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm (làm tròn kết quả đến hàng trăm)?

Phương pháp giải:

Thay các giá trị từ đề bài vào công thức đã cho. Áp dụng quy tắc biến đổi phương trình mũ và phương trình logarit.

Lời giải chi tiết:

$$5.10^{-13}=1,2.10^{-12}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}=\frac{5}{12}\Leftrightarrow\frac{t}{5730}=\log_{\frac{1}{2}}\frac{5}{12}\Leftrightarrow t=5730\log_{\frac{1}{2}}\frac{5}{12}\approx 7200\ (\text{năm}).$$

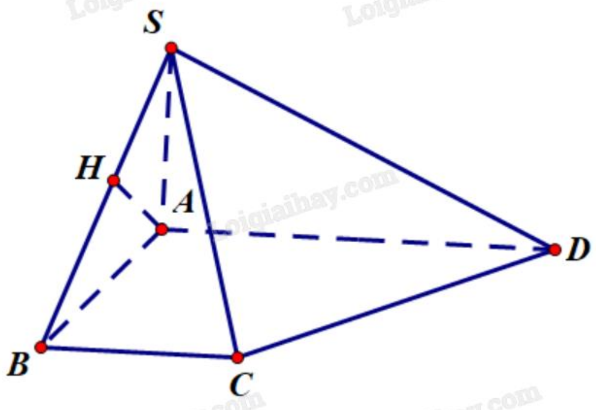
Đáp án: 7200.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và B với AB = BC = 1, AD = 2. Biết $SA\perp(ABCD)$ và SA = 1. Tính khoảng cách giữa AD và SB (tính chính xác đến hàng phần trăm).

Phương pháp giải:

Tính độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng.

Lời giải chi tiết:



Kẻ $AH\perp SB$, H thuộc SB.

Vì $SA\perp(ABCD)$ nên $SA\perp AD$.

Ta có $\begin{cases}AD\perp SA\\ AD\perp AB\end{cases}\Rightarrow AD\perp(SAB)\Rightarrow AD\perp AH$.

Do đó, AH là đoạn vuông góc chung của SB và AD.

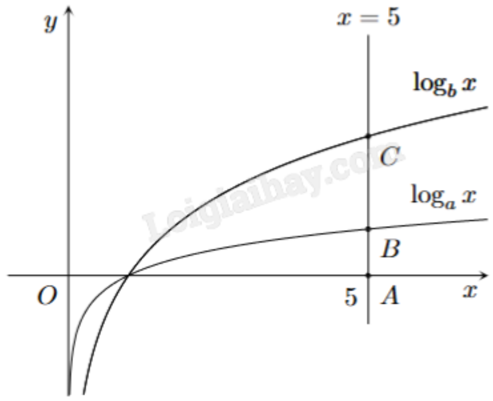
Xét tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}\Leftrightarrow\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{1^2}=2\Leftrightarrow AH^2=\frac{1}{2}\Leftrightarrow AH=\frac{\sqrt{2}}{2}\approx 0,71.$$

Vậy $d\left(AD,SB\right)=AH\approx 0,71$.

Đáp án: 0,71.

Câu 3. Cho các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng x = 5 cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ lần lượt tại A, B và C. Biết rằng CB = 2AB và $a=mb^n$ với m, n là các số nguyên dương. Tính m^2+n^2.



Phương pháp giải:

Sử dụng các phép biến đổi logarit $\log_a b = \dfrac{a}{\log_b a}$; $m\log_a b = \log_a b^m$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $CB = 2AB \Leftrightarrow CB + BA = 3BA \Leftrightarrow CA = 3BA$

$\Leftrightarrow \log_b 5 = 3\log_a 5 \Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_5 b} = \dfrac{3}{\log_5 a} \Leftrightarrow \log_5 a = 3\log_5 b \Leftrightarrow \log_5 a = \log_5 b^3 \Leftrightarrow a = b^3$.

Vậy m = 1, n = 3. Suy ra $m^2 + n^2 = 1^2 + 3^2 = 10$.

Đáp án: 10.

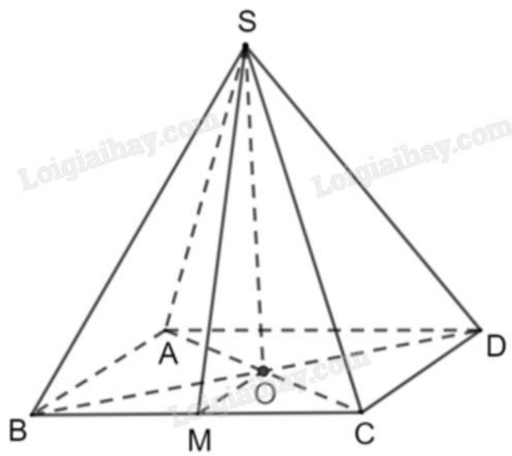
Câu 4. Kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó (đơn vị đo góc là độ, làm tròn đến hàng phần chục).

Phương pháp giải:

Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều. Xác định góc nhị diện và áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính.

Lời giải chi tiết:

Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều S.ABCD với O là tâm của đáy.



Khi đó AB = 180 m, SO = 98 m.

Gọi M là trung điểm của BC.

Vì S.ABCD là chóp tứ giác đều nên tam giác SBC cân tại S. Khi đó, $SM \perp BC$.

Dễ thấy tam giác OBC cân tại O nên $OM \perp BC$.

Do đó, góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là $[S, BC, O] = (MO, MS) = SMO$.

OM là đường trung bình của ΔBCD nên $OM = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}.180 = 90$ (m).

Xét ΔSMO vuông tại O, có: $\tan SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{98}{90} \Rightarrow SMO \approx 47,4^o$.

Đáp án: 47,4.

Phần IV: Tự luận (3 điểm)

1) $\frac{2ab+a}{ab+b}$	**2)** 60	**3)** 14,3

Câu 1. Đặt $a = \log_2 3$, $a = \log_5 3$. Biểu thị $\log_6 45$ theo a và b.

Phương pháp giải:

Áp dụng các công thức biến đổi logarit $\log_a b = \frac{a}{\log_b a}$; $m\log_a b = \log_a b^m$; $\log_a b.\log_b c = \log_a c$.

Lời giải chi tiết:

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{\log_2 3^2.5}{\log_2 2.3} = \frac{\log_2 3^2 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 3.\log_3 5}{\log_2 2 + \log_2 3}$$

$$= \frac{2\log_2 3 + \log_2 3.\frac{1}{\log_5 3}}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1+a} = \frac{2ab+a}{b(1+a)} = \frac{2ab+a}{ab+b}.$$

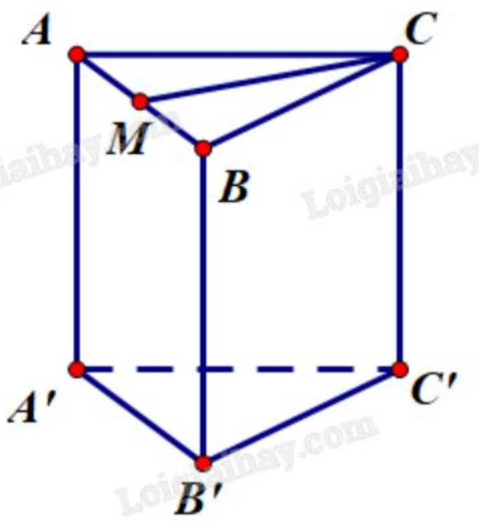
Đáp án: $\frac{2ab+a}{ab+b}$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Tính góc giữa AC và mặt phẳng (ABB’A’).

Phương pháp giải:

Xác định hình chiếu vuông góc của AC lên mặt phẳng (ABB’A).

Lời giải chi tiết:



Gọi M là trung điểm của AB. Vì tam giác ABC đều nên CM vừa là đường trung tuyến, vừa là đường cao của tam giác ABC.

Ta có ABC.A'B'C' là hình lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp CM$.

Mặt khác $\begin{cases} AA' \perp CM \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow CM \perp (AA'B'B)$.

Mà M thuộc (AA'B'B) nên M là hình chiếu vuông góc của C lên (AA'B'B).

Do đó, AM là hình chiếu vuông góc của AC lên (AA'B'B).

Vậy góc giữa AC và mặt phẳng (AA'B'B) là $CAM = 60^{o}$ (vì tam giác ABC đều).

Đáp án: 60.

Câu 3. Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f(t) = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng (r > 0), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sao bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần (làm tròn đến hàng phần mười)?

Phương pháp giải:

Thay số từ dữ kiện của đề bài vào công thức $f(t) = A.e^{rt}$, tính r. Từ r, tính thời gian để số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần.

Lời giải chi tiết:

Số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con nên:

$$f(10) = 5000 \Leftrightarrow 1000.e^{10r} = 5000 \Leftrightarrow e^{10r} = 5 \Leftrightarrow 10r = \ln 5 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 5}{10}.$$

Số vi khuẩn tăng gấp 10 lần sẽ được 1000.10 = 10000 con. Ta có:

$$f(t) = 10000 \Leftrightarrow 1000.e^{\frac{\ln 5}{10}t} = 10000 \Leftrightarrow e^{\frac{\ln 5}{10}t} = 10 \Leftrightarrow \frac{\ln 5}{10}t = \ln 10 \Leftrightarrow t = \frac{10\ln 10}{\ln 5} \approx 14,3 \text{ (giờ)}.$$

Đáp án: 14,3.