ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 8

Môn: Toán học - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết giữa học kì II của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải tất cả các chương giữa học kì II – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) C	**2)** D	**3)** B	**4)** C	**5)** B	**6)** D
7) B	**8)** A	**9)** B	**10)** A	**11)** A	**12)** C

Câu 1. Với $a \neq 0$, $b \neq 0$ và m, n là các số nguyên thì

A. $a^m.a^n = a^{m-n}$

B. $a^m.a^n = a^{m.n}$

C. $a^m.a^n = a^{m+n}$

D. $a^m.a^n = a^{\frac{m}{n}}$

Phương pháp giải:

Áp dụng tính chất lũy thừa.

Lời giải chi tiết:

$a^m.a^n = a^{m+n}$.

Đáp án C.

Câu 2. Cho số thực a $(0 < a \neq 1)$ và M, N là các số thực dương. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\log_a(MN) = \log_a M - \log_a N$

B. $\log_a(MN) = \log_a M.\log_a N$

C. $\log_a(MN) = \log_a M - \log_a N$

D. $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$

Phương pháp giải:

Áp dụng tính chất logarit.

Lời giải chi tiết:

$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$.

Đáp án D.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào sau đây là hàm số mũ?

A. $y = x^2$

B. $y = 2^x$

C. $y = x^\pi$

D. $y = \sqrt{x}$

Phương pháp giải:

Hàm số mũ có dạng $y = a^x$.

Lời giải chi tiết:

$y = 2^x$ là hàm số mũ.

Đáp án B.

Câu 4. Bất phương trình $\log_{0,3}(x-1) \le \log_{0,3}(2x+1)$ có tập xác định là

A. $D = [1; +\infty)$

B. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

C. $D = (1; +\infty)$

D. $D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Phương pháp giải:

$y = \log_a x$ có tập xác định là $D = (0; +\infty)$.

Lời giải chi tiết:

ĐKXĐ: $\begin{cases} x-1>0 \\ 2x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x>1$. Vậy $D = (1; +\infty)$.

Đáp án C.

Câu 5. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính P(B).

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

Phương pháp giải:

Với hai biến cố A, B xung khắc, ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

Lời giải chi tiết:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)\Leftrightarrow P(B)=P(A\cup B)-P(A)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}.$$

Đáp án B.

Câu 6. Một chiếc máy có hai chiếc động cơ I và II chạy độc lập nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7. Xác suất để cả hai động cơ chạy tốt là

A. 0,24

B. 0,94

C. 0,14

D. 0,56

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nhân xác suất.

Lời giải chi tiết:

Hai chiếc động cơ hoạt động độc lập với nhau nên xác suất để cả hai động cơ chạy tốt là 0,8.0,7 = 0,56.

Đáp án D.

Câu 7. Khảo sát khối lượng 30 củ khoai tây ngẫu nhiên thu hoạch được ở một nông trường:

Khối lượng (gam)	Số củ khoai tây
[70;80)	4
[80;90)	5
[90;100)	12
[100;110)	6
[110;120)	3
Cộng	30

Số củ khoai tây đạt chuẩn loại I (từ 90 gam đến dưới 100 gam) là

A. 5

B. 12

C. 6

D. 4

Phương pháp giải:

Số củ khoai tây đạt chuẩn loại I (từ 90 gam đến dưới 100 gam) là tần số của nhóm [90;100).

Lời giải chi tiết:

Số củ khoai tây đạt chuẩn loại I (từ 90 gam đến dưới 100 gam) là 12.

Đáp án B.

Câu 8. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A và $SA\perp (ABC)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AB\perp (SAC)$

B. $AB\perp (SBC)$

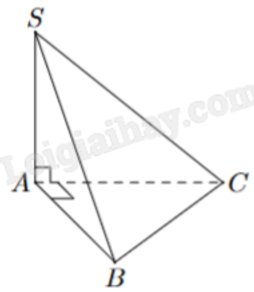
C. $BC\perp (SAB)$

D. $BC\perp (SAC)$

Phương pháp giải:

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:



Ta có $\begin{cases} SA\perp (ABC)\Rightarrow SA\perp AB \\ AC\perp AB \end{cases}\Rightarrow AB\perp (SAC)$.

Đáp án A.

Câu 9. Nếu một khối chóp có diện tích đáy là S và có chiều cao là h thì thể tích V của nó được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V=Sh$

B. $V=\frac{1}{3}Sh$

C. $V=\frac{1}{6}Sh$

D. $V=\frac{2}{3}Sh$

Phương pháp giải:

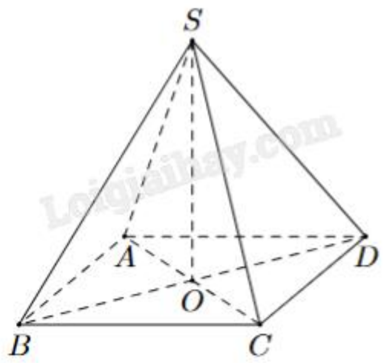
Áp dụng công thức tính thể tích của khối chóp.

Lời giải chi tiết:

Thể tích khối chóp có diện tích đáy là S và có chiều cao là h là $V=\frac{1}{3}Sh$.

Đáp án B.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $(SAC) \perp (SBD)$

B. $(SAC) \perp (SCD)$

C. $(SAC) \perp (SAD)$

D. $(SAC) \perp (SAB)$

Phương pháp giải:

Nếu một mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng khác thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau.

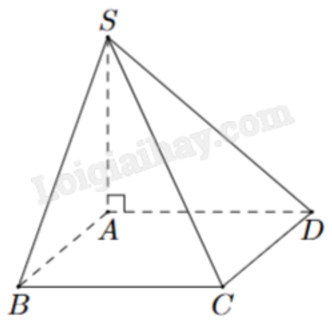
Lời giải chi tiết:

S.ABCD là chóp tứ giác đều nên ABCD là hình vuông. Do đó $AC \perp BD$.

Mặt khác, $SO \perp AC$. Ta có $\begin{cases} SO \perp AC \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$.

Đáp án A.

Câu 11. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh a. SA = 2a vuông góc với mặt đáy (ABCD). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD) là



A. a

B. 2a

C. $a\sqrt{3}$

D. $\frac{a}{3}$

Phương pháp giải:

Tìm hình chiếu vuông góc của B lên (SAD) rồi tính khoảng cách từ B đến hình chiếu đó.

Lời giải chi tiết:

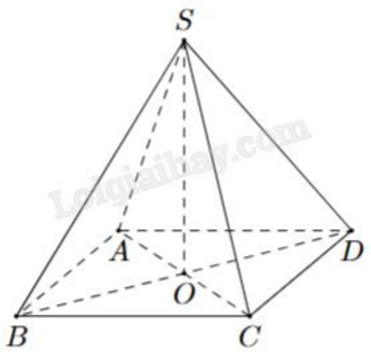
Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$.

Do đó, A là hình chiếu vuông góc của B lên (SAD).

Khoảng cách từ B đến (SAD) là AB = a.

Đáp án A.

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD như hình bên. Có đáy ABCD là hình chữ nhật. SA = SC và SB = SD. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $SO \perp (SAB)$

B. $OC \perp (SBD)$

C. $SO \perp (ABCD)$

D. $AB \perp (SAB)$

Phương pháp giải:

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng.

Lời giải chi tiết:

O là tâm hình chữ nhật ABCD nên O là trung điểm của AC và BD.

Theo giả thiết, các tam giác SAC và SBD cân tại S nên SO vừa là đường trung tuyến, vừa là đường cao của hai tam giác.

Suy ra $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Đáp án C.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (2 điểm)

1) SSĐĐ	**2)** ĐĐĐS

Câu 1. Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	6	12	16	7	2

a) Giá trị đại diện nhóm [50;60) là 55.

b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất thuộc nhóm [50;60).

c) Nhóm chứa mốt là [30;40).

d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 32 tuổi.

Phương pháp giải:

a) Giá trị đại diện của nhóm là trung bình cộng hai đầu mút của nhóm.

b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất thuộc nhóm có tần số nhỏ nhất.

c) Nhóm chứa mốt có tần số lớn nhất trong bảng số liệu.

d) Công thức tính mốt thuộc nhóm $[u_m;u_{m+1})$:

$$M_o = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1})(n_m - n_{m+1})}.(u_{m+1} - u_m)$$; trong đó n_m là tần số nhóm thứ m.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Giá trị đại diện của nhóm [50;60) là $\frac{50+60}{2} = 55$.

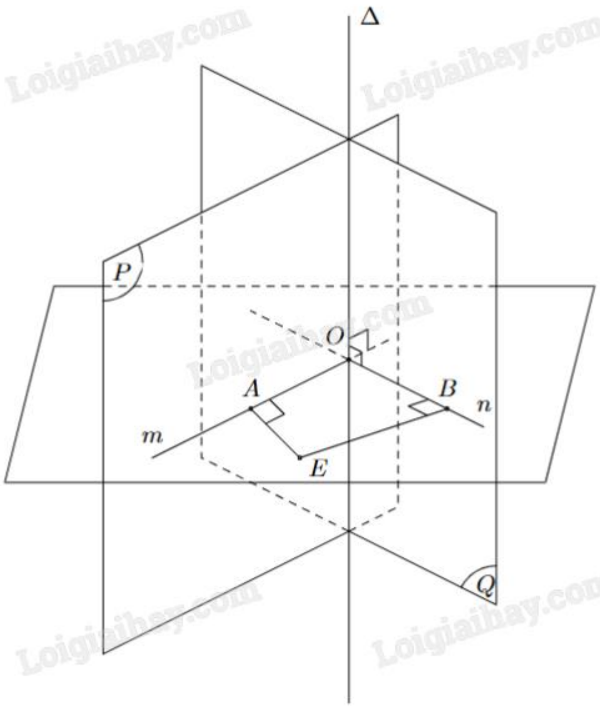
b) Đúng. Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất thuộc nhóm [50;60) vì có tần số nhỏ nhất là 2.

c) Đúng. Nhóm chứa mốt là [30;40) vì có tần số lớn nhất là 16.

d) Sai. Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là mốt của mẫu số liệu:

$$M_o = 30 + \frac{16-12}{(16-12)(16-7)}.(40-30) = \frac{280}{9} \approx 31,(1).$$

Câu 2. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ như hình vẽ. Lấy một điểm O bất kì thuộc đường thẳng Δ. Gọi m, n là các đường thẳng đi qua O, tương ứng thuôc (P), (Q) và vuông góc với Δ.



a) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là góc giữa hai đường thẳng Δ và m.

b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là góc AOB (nếu $AOB < 90^\circ$) hoặc $180^\circ - AOB$ (nếu $90^\circ < AOB < 180^\circ$).

c) Nếu $AOB = 90^\circ$ thì ta nói $(P) \perp (Q)$.

d) Giả sử góc $AOB = 120^\circ$ thì ta nói góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là 120°.

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc xác định góc giữa hai mặt phẳng. Quy ước góc giữa hai mặt phẳng có số đo từ 0 đến 90 độ.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Ta có $\begin{cases} (P) \cap (Q) = \Delta \\ m \perp \Delta, m \subset (P) \\ n \perp \Delta, n \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow \left((P),(Q)\right) = \left(m,n\right)$.

b) Đúng. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là góc giữa hai đường thẳng m và n, hay góc AOB (nếu $AOB < 90^\circ$) hoặc $180^\circ - AOB$ (nếu $90^\circ < AOB < 180^\circ$).

c) Đúng. Nếu $AOB = 90^\circ$ thì ta nói $(P) \perp (Q)$.

d) Sai. Giả sử góc $AOB = 120^\circ$ thì ta nói góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (2 điểm)

1) 31,1	**2)** 90	**3)** 0,14	**4)** 18,1

Câu 1. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1)$, $0 \le t \le 12$ (đơn vị: %). Hãy tính khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 8 tháng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Phương pháp giải:

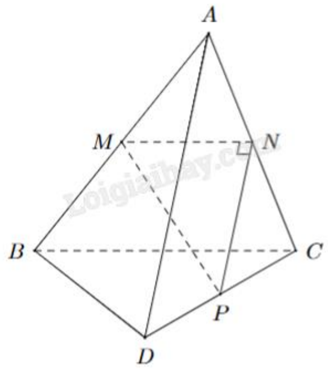
Tính M(8) (thay t = 8 vào công thức để bài cho và tính giá trị).

Lời giải chi tiết:

Khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 8 tháng là $M(8) = 75 - 20\ln(8+1) \approx 31{,}1\%$.

Đáp án: 31,1.

Câu 2. Cho tam giác MNP vuông tại N và một điểm A nằm ngoài mặt phẳng (MNP)). Lần lượt lấy các điểm B, C, D sao cho M, N, P tương ứng là trung điểm của AB, AC, CD (hình vẽ). Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC.



Phương pháp giải:

Nếu a // c, b // d thì (a,b) = (c,d).

Lời giải chi tiết:

Áp dụng tính chất của đường trung bình trong tam giác, ta có NP // AD, MN // BC.

Vậy $(AD,BC)=(NP,MN)=MNP=90^o$.

Đáp án: 90.

Câu 3. Trong một lớp 10 có 50 học sinh. Khi đăng ký cho học phụ đạo thi có 38 học sinh đăng ký học Toán, 30 học sinh đăng ký học Lý, 25 học sinh đăng ký học cả Toán và Lý. Nếu chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp đó thì xác suất để em này không đăng ký học phụ đạo môn nào cả là bao nhiêu (kết quả làm tròn dưới dạng số thập phân)?

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức cộng xác suất.

Lời giải chi tiết:

A: "Chọn được học sinh đăng ký học Toán".

B: "Chọn được học sinh đăng ký học Lý".

$A\cap B$: "Chọn được học sinh đăng ký cả Toán và Lý".

$A\cup B$: "Chọn được học sinh đăng ký học phụ đạo".

Xác suất chọn được học sinh đăng ký học phụ đạo là:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{38}{50}+\frac{30}{50}-\frac{25}{50}=\frac{43}{50}.$$

Xác suất để chọn ra học sinh không đăng ký môn nào là: $1-\frac{43}{50}=\frac{7}{50}=0,14$.

Đáp án: 0,14.

Câu 4. Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Nhóm	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả viết dưới dạng số thập phân).

Phương pháp giải:

$$Q_2 = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m}.(u_{m+1} - u_m).$$

Lời giải chi tiết:

Cỡ mẫu: n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56.

Gọi $x_1; x_2; ...; x_{33}$ là thời gian học sinh truy cập internet sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Có $\frac{n}{2} = \frac{56}{2} = 28$ nên $Q_2 = \frac{x_{28} + x_{29}}{2} \in [15,5; 18,5)$.

$$Q_2 = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - (3+12)}{15}.(18,5 - 15,5) = 18,1.$$

Đáp án: 18,1.

Phần IV: Tự luận (3 điểm)

1) 4	**2)** 4	**3)** 1,73

Câu 1. Khối lượng vi khuẩn của một mẻ nuôi cấy sau t giờ kể từ thời điểm ban đầu được cho bởi công thức $M(t) = 50.1,06^t$ (g). Khối lượng vi khuẩn sau 24 giờ gấp bao nhiêu lần khối lượng vi khuẩn ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Phương pháp giải:

Tính $\frac{M(24)}{M(0)}$.

Lời giải chi tiết:

Khối lượng vi khuẩn ở thời điểm ban đầu là $M(0) = 50.1,06^0 = 50$ (g).

Khối lượng vi khuẩn sau 24 giờ là $M(24) = 50.1,06^{24}$ (g).

Khối lượng vi khuẩn sau 24 giờ gấp $\frac{50.1,06^{24}}{50} \approx 4$ lần khối lượng vi khuẩn ban đầu.

Đáp án: 4.

Câu 2. Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức pH = -logx, trong đó x là nồng độ ion H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L. Biết rằng độ pH của dung dịch A lớn hơn độ pH của dung dịch B là 0,6. Dung dịch B có nồng độ ion H^+ gấp bao nhiêu lần nồng độ ion H^+ của dung dịch A (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)?

Phương pháp giải:

Áp dụng các công thức biến đổi logarit: $\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$; $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Lời giải chi tiết:

Gọi độ pH của dung dịch A là pH_A, độ pH của dung dịch B là pH_B; nồng độ ion H^+ của dung dịch A là x_A, nồng độ ion H^+ của dung dịch B là x_B.

Theo giả thiết:

$$pH_A - pH_B = 0,6 \Leftrightarrow -\left(\log x_A - \log x_B\right) = 0,6 \Leftrightarrow \log x_B - \log x_A = 0,6$$

$$\Leftrightarrow \log\frac{x_B}{x_A} = 0,6 \Leftrightarrow \frac{x_B}{x_A} = 10^{0,6} \approx 4.$$

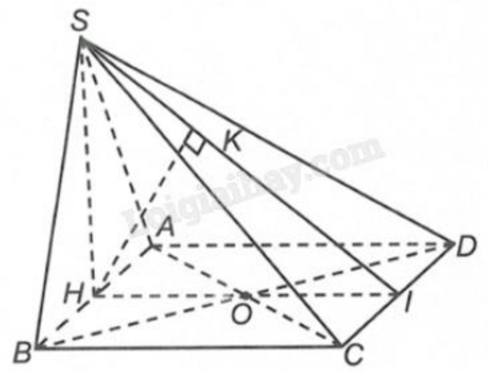
Đáp án: 4.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, AB = 1, AD = $\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp S.ABCD (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Phương pháp giải:

Xác định đoạn thẳng thể hiện khoảng cách giữa AB và SC. Từ đó, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tìm chiều cao khối chóp và tính thể tích.

Lời giải chi tiết:



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, CD. Kẻ $HK \perp SI$.

SH vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến của tam giác cân SAB, suy ra $SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$.

Ta có $\begin{cases} SH \perp CD \\ HI \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHI) \Rightarrow CD \perp HK$.

Mặt khác $\begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp CD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SCD)$.

Vì CD // AB nên $d\left(AB, DC\right) = d\left(AB, (SCD)\right) = d\left(H, (SCD)\right) = HK$.

Ta có $HK = \frac{3}{2}$, $HI = AD = \sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SHI vuông tại H có đường cao HK:

$$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HI^2}\Leftrightarrow\frac{1}{HS^2}=\frac{1}{HK^2}-\frac{1}{HI^2}=\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{1}{9}\Leftrightarrow HS=3.$$

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SH.S_{ACBD}=\frac{1}{3}.SH.AB.AD=\frac{1}{3}.3.1.\sqrt{3}=\sqrt{3}\approx 1,73$.

Đáp án: 1,73.