**SỞ GD&ĐT THANH HÓA – TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 4**

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH**

**LẦN 1 - NĂM HỌC 2024 – 2025**

**Môn: Toán học**

**SƯU TẦM: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**

***Mục tiêu***

*- Ôn tập lý thuyết chương trình Toán THPT.*

*- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.*

*- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải chương trình Toán THPT.*

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**

**Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **1)** A | **2)** B | **3)** C | **4)** D | **5)** D | **6)** A |
| **7)** B | **8)** C | **9)** B | **10)** A | **11)** C | **12)** C |

**Câu 1.** Với $a$ là số thực dương tuỳ ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

**A.** $a^{\frac{3}{2}}$

**B.** $a^{\frac{2}{3}}$

**C.** $a^6$

**D.** $a^{\frac{1}{6}}$

**Phương pháp giải:**

Áp dụng công thức $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

**Lời giải chi tiết:**

$\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

**Đáp án A.**

**Câu 2.** Cho hàm số y = f(x) có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;+\infty)$

**B.** $(-3;0)$

**C.** $(0;2)$

**D.** $(-\infty;-3)$

**Phương pháp giải:**

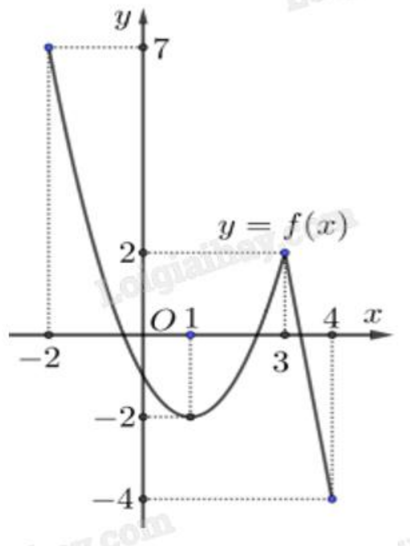
Hàm số y = f(x) nghịch biến trên khoảng f'(x) < 0.

**Lời giải chi tiết:**

Hàm số nghịch biến trên khoảng (-3;0) vì f'(x) < 0 trên (-3;0).

**Đáp án B.**

**Câu 3.** Cho hàm số y = f(x) liên tục và có đồ thị trên đoạn [-2;4] như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số y = f(x) trên đoạn [-2;4] bằng




**A.** -2

**B.** 5

**C.** 3

**D.** 0

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Trên [-2;4], giá trị lớn nhất của hàm số là 7, giá trị nhỏ nhất của hàm số là -4, tổng là 7 + (-4) = 3.

**Đáp án C.**

**Câu 4.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O, SA = SC, SB = SD. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

**A.** $SC \perp (ABCD)$

**B.** $SA \perp (ABCD)$

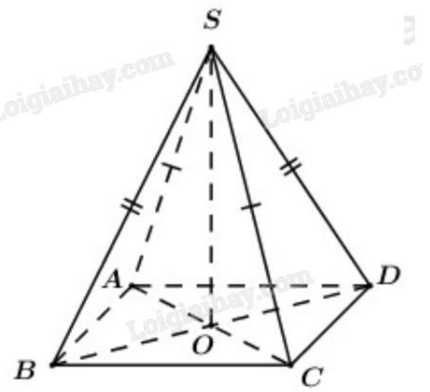
**C.** $SB \perp (ABCD)$

**D.** $SO \perp (ABCD)$

**Phương pháp giải:**

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng đó.

**Lời giải chi tiết:**




Vì ABCD là hình bình hành nên O là trung điểm của AC và BD.

Khi đó, SO vừa là trung tuyến, vừa là đường cao của tam giác SAC và SBD.

Suy ra $\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

**Đáp án D.**

**Câu 5.** Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

**A.** -2

**B.** -3

**C.** 3

**D.** 2

**Phương pháp giải:**

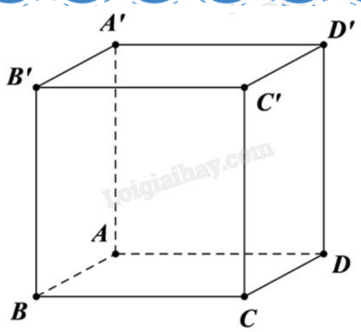
Quan sát bảng biến thiên và nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

**Đáp án D.**

**Câu 6. .** Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây sai?




**A.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

**B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$

**C.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

**D.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$

**Phương pháp giải:**

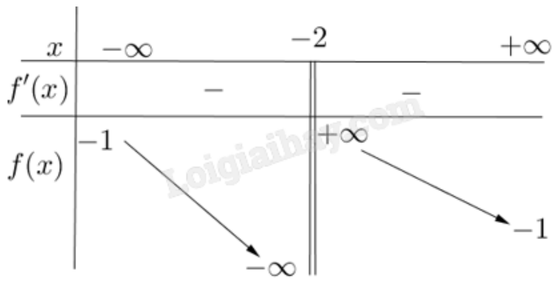
Áp dụng định nghĩa hai vecto bằng nhau, quy tắc ba điểm, quy tắc hình hộp và độ dài vecto.

**Lời giải chi tiết:**

Vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{AB}\neq\overrightarrow{CD}$.

**Đáp án A.**

**Câu 7.** Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau:




Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

**A.** x = -1

**B.** x = -2

**C.** y = -1

**D.** y = -2

**Phương pháp giải:**

$x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y = f(x) nếu thỏa mãn một trong các điều kiện: $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty$;

$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty$.

**Lời giải chi tiết:**

Quan sát bảng biến thiên, thấy $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=+\infty$ nên x = -2 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Đáp án B.**

**Câu 8.** Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

**A.** 30

**B.** 10

**C.** 20

**D.** 200

**Phương pháp giải:**

Áp dụng quy tắc cộng.

**Lời giải chi tiết:**

Có 20 cách chọn một học sinh nam tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường.

**Đáp án C.**

**Câu 9.** Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.** $\int f(x)dx = e^x + C$

**B.** $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$

**C.** $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$

**D.** $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$

**Phương pháp giải:**

Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số lũy thừa $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$, hàm số mũ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

**Lời giải chi tiết:**

$\int f(x)dx = \int \left(e^x + 2\right)dx = e^x + 2x + C$.

**Đáp án B.**

**Câu 10.** Cho cấp số nhân $(u_n)$ với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ $4$ của cấp số nhân?

**A.** 54

**B.** 48

**C.** 24

**D.** 162

**Phương pháp giải:**

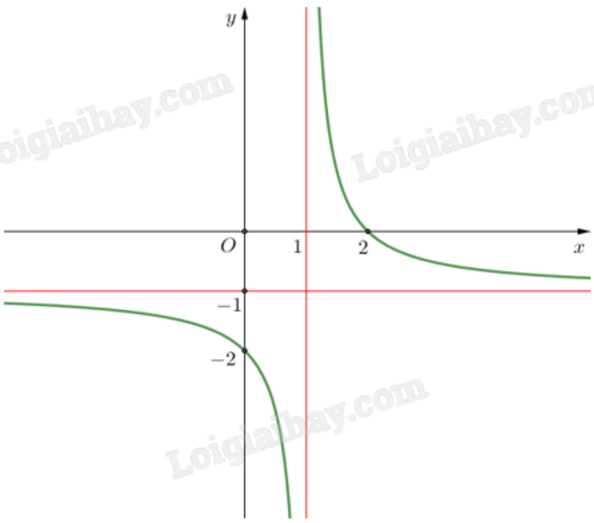
Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1 q^{n-1}$.

**Lời giải chi tiết:**

$u_4 = u_1 q^3 = 2.3^3 = 54$.

**Đáp án A.**

**Câu 11.** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\ne 0, ad-bc\ne 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là




**A.** x = -1

**B.** y = -1

**C.** x = 1

**D.** y = 1

**Phương pháp giải:**

Quan sát đồ thị rồi nhận xét.

**Lời giải chi tiết:**

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là x = 1.

**Đáp án C.**

**Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1)<\log_5(x+2)$ là

**A.** $S=(3;+\infty)$

**B.** $S=(-2;3)$

**C.** $S=\left(\dfrac{1}{2};3\right)$

**D.** $S=(-\infty;3)$

**Phương pháp giải:**

Tìm tập xác định.

Với a > 1, ta có $\log_a x<\log_a y \Leftrightarrow x<y$.

**Lời giải chi tiết:**

ĐKXĐ: $\begin{cases}2x-1>0\\ x+2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\dfrac{1}{2}\\ x>-2\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

$\log_5(2x-1) < \log_5(x+2) \Leftrightarrow 2x-1 < x+2 \Leftrightarrow x < 3$.

Kết hợp ĐKXĐ ta được tập nghiệm $S = \left(\frac{1}{2};3\right)$.

**Đáp án C.**

**Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)**

| 1) SĐĐS | 2) ĐSSĐ | 3) SĐSS | 4) SĐĐĐ |
|---|---|---|---|

**Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

**a)** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

**b)** Hàm số $y = f(x^2-4x+1)$ có ba điểm cực tiểu.

**c)** Hàm số f(x) có hai điểm cực trị.

**d)** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là x = 1.

**Phương pháp giải:**

Tính đạo hàm, lập bảng biến thiên của hàm số rồi kết luận.

**Lời giải chi tiết:**

**a) Sai.** Ta có $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2) = (x-1)^3(x-2)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên $y = f(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | 1 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1),(2;+\infty)$.

**b) Đúng.** Ta có $y = f(x^2-6x+1) \Rightarrow y' = (x^2-4x+1)' f'(x^2-4x+1) = (2x-4)f'(x^2-4x+1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2x-4)f'(x^2-4x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-4=0 \\ x^2-4x+1=1 \\ x^2-4x+1=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \\ x=4 \\ x=2+\sqrt{5} \\ x=2-\sqrt{5} \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên $y = f(x^2-4x+1)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $2-\sqrt{5}$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $2+\sqrt{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f\left(x^2 - 4x + 1\right)$ ta thấy hàm số có ba điểm cực tiểu.

**c) Đúng.** Theo bảng biến thiên ở câu a), hàm số f(x) có hai điểm cực trị là x = 1 và x = 2.

**d) Sai.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $\left(1; f(1)\right)$.

**Câu 2.** Thầy giáo thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

| Điểm trung bình | $[5;6)$ | $[6;7)$ | $[7;8)$ | $[8;9)$ | $[9;10)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 11A | 1 | 0 | 11 | 22 | 6 |
| 11B | 0 | 6 | 8 | 14 | 12 |

**a)** So sánh theo độ lệch chuẩn thì các học sinh lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

**b)** Điểm trung bình của lớp 11A nhỏ hơn lớp 11B.

**c)** Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là 1,05 (làm tròn đến hàng phần trăm).

**d)** Điểm trung bình của lớp 11A là 8,3 (làm tròn đến hàng phần chục).

**Phương pháp giải:**

Áp dụng công thức tính số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn của từng mẫu số liệu rồi so sánh.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

| Giá trị đại diện | 5,5 | 6,5 | 7,5 | 8,5 | 9,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 11A | 1 | 0 | 11 | 22 | 6 |
| 11B | 0 | 6 | 8 | 14 | 12 |

Điểm trung bình của lớp 11A là $\overline{x}_1 = \dfrac{1\cdot 5,5 + 11\cdot 7,5 + 22\cdot 8,5 + 6\cdot 9,5}{40} = 8,3.$

Điểm trung bình của lớp 11B là $\overline{x}_2 = \dfrac{6\cdot 6,5 + 8\cdot 7,5 + 14\cdot 8,5 + 12\cdot 9,5}{40} = 8,3.$

Phương sai của mẫu số liệu lớp 11A là $s_1^2 = \dfrac{1}{40}\left(1\cdot 5,5^2 + 11\cdot 7,5^2 + 22\cdot 8,5^2 + 6\cdot 9,5^2\right) - 8,3^2 = 0,61.$

Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là $s_2^2 = \dfrac{1}{40}\left(6\cdot 6,5^2 + 8\cdot 7,5^2 + 14\cdot 8,5^2 + 12\cdot 9,5^2\right) - 8,3^2 = 1,06.$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11A là $s_1 = \sqrt{0,61}$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11B là $s_2 = \sqrt{1,06}$.

**a) Đúng.** Do $s_1 < s_2$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B, nghĩa là lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

**b) Sai.** Hai lớp 11A và 11B có điểm trung bình bằng nhau.

**c) Sai.** Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là 1,06 (làm tròn đến hàng phần trăm).

**d) Đúng.** Điểm trung bình của lớp 11A là 8,3 (làm tròn đến hàng phần chục).

**Câu 3.** Cho phương trình lượng giác $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ (*).

**a)** Phương trình (*) tương đương với phương trình: $\cos 2x = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

**b)** Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình (*) bằng $\frac{\pi}{3}$.

**c)** Tổng các nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.

**d)** Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình (*) có 3 nghiệm.

**Phương pháp giải:**

Áp dụng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản: $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

**Lời giải chi tiết:**

**a) Sai.** $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

**b) Đúng.** $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

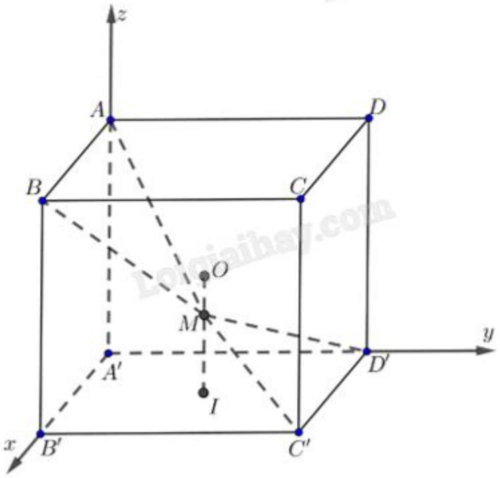
$$0 < x < \pi \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < \frac{\pi}{3} + k\pi < \pi \\ 0 < -\frac{\pi}{3} + k\pi < \pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0 \\ k = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{array}\right..$$

Do $\frac{2\pi}{3} > \frac{\pi}{3}$ nên phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất trong khoảng $(0;\pi)$ là $x = \frac{\pi}{3}$.

**c) Sai.** Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ là: $S = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \pi$.

**d) Sai.** Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình (*) có 2 nghiệm là $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = \frac{2\pi}{3}$.

**Câu 4.** Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ cạnh bằng 1, có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông A’B’C’D’ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$. Gắn hệ trục A’xyz như hình vẽ.




**a)** Tọa độ điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$.

**b)** Tọa độ các điểm A’(0;0;0), B’(1;0;0), D’(0;1;0) và A(0;0;1).

**c)** Trong không gian giả sử điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{A'P}=\overrightarrow{A'B'}+2\overrightarrow{A'D'}-2\overrightarrow{A'A}$;

$\overrightarrow{A'Q}=\frac{8}{3}\overrightarrow{A'B'}+\frac{4}{3}\overrightarrow{A'D'}+\frac{8}{3}\overrightarrow{A'A}$ và $J(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác A’PQ, khi đó a – b + c = 0.

**d)** Trong không gian có đúng 2 điểm N sao cho N không trùng với các điểm A, B’, D’ và

$ANB'=B'ND'=D'NA=90°$.

**Phương pháp giải:**

Áp dụng biểu thức tọa độ tổng, hiệu, tích của vecto; đẳng thức vecto liên quan đến tâm đường tròn nội tiếp tam giác.

**Lời giải chi tiết:**

**a) Sai.** $O\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

$$\overrightarrow{MO}=\left(\frac{1}{2}-x_M;\frac{1}{2}-y_M;\frac{1}{2}-z_M\right),\ \overrightarrow{MI}=\left(\frac{1}{2}-x_M;\frac{1}{2}-y_M;-z_M\right)\Rightarrow-\frac{1}{2}\overrightarrow{MI}=\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}x_M;-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}y_M;\frac{1}{2}z_M\right).$$

$$\overrightarrow{MO}=2\overrightarrow{MI}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}-x_M=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}x_M\\ \frac{1}{2}-y_M=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}y_M\\ \frac{1}{2}-z_M=\frac{1}{2}z_M\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=\frac{1}{2}\\ y_M=\frac{1}{2}\\ x_M=\frac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right).$$

**b) Đúng.** Tọa độ các điểm A’(0;0;0), B’(1;0;0), D’(0;1;0) và A(0;0;1).

**c) Đúng.** Ta có $\overrightarrow{A'P}=(1;\ 2;\ -2)$, $\overrightarrow{A'Q}=\left(\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, do đó $A'P=3,\ A'Q=4,\ PQ=5$. Với $J(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác A’PQ ta lại có

$PQ.\overrightarrow{JA'}+A'P.\overrightarrow{JQ}+A'Q.\overrightarrow{JP}=\vec{0}$ ta giải tìm được tọa độ $J(1;1;0)$.

Vậy $a-b+c=0$.

**d) Đúng.** Gọi $N(x_0;y_0;z_0)$.

$\overrightarrow{AN}=(x_0;y_0;z_0-1)$; $\overrightarrow{B'N}=(x_0-1;y_0;z_0)$; $\overrightarrow{D'N}=(x_0;y_0-1;z_0)$.

Do $ANB'=B'ND'=D'NA=90^\circ$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{B'N}=0\\ \overrightarrow{AN}.\overrightarrow{D'N}=0\\ \overrightarrow{D'N}.\overrightarrow{B'N}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_0(x_0-1)+y_0^2+(z_0-1)z_0=0\\ x_0^2+y_0(y_0-1)+(z_0-1)z_0=0\\ x_0(x_0-1)+(y_0-1)y_0+z_0^2=0\end{cases}$.

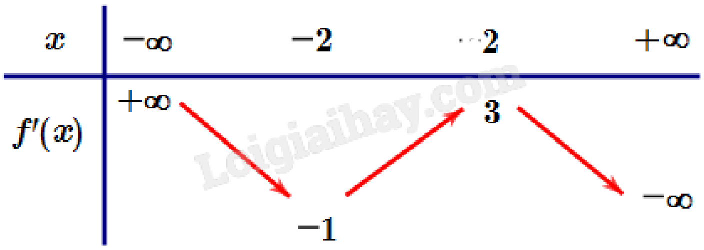
Giải hệ ta được $x_0=y_0=z_0=0$; $x_0=y_0=z_0=\dfrac{2}{3}$.

Khi đó có hai điểm N thỏa mãn điều kiện trên.

**Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **1)** 6 | **2)** 98 | **3)** 0,62 | **4)** 106 | **5)** 3 | **6)** 4,74 |

**Câu 1.** Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.




Đặt $g(x)=f\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$.

**Phương pháp giải:**

Tính đạo hàm g'(x) và lập bảng biến thiên.

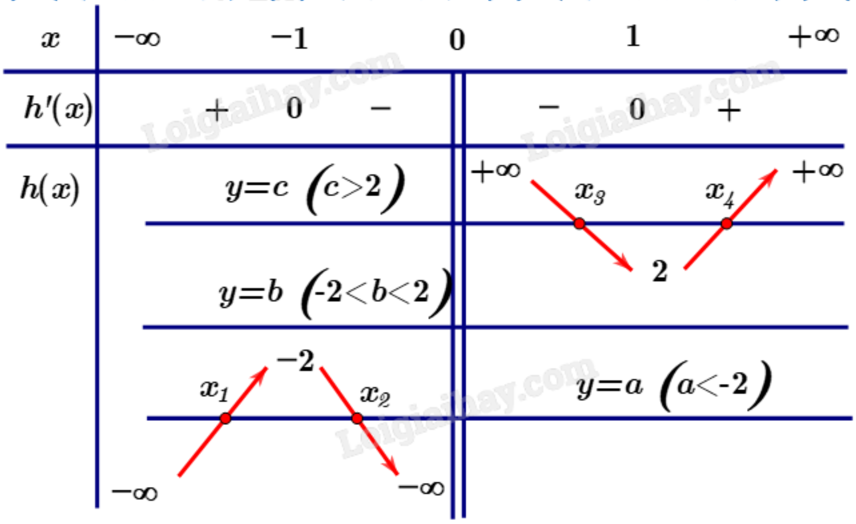
**Lời giải chi tiết:**

Đặt $g'(x)=\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)f'\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)=0\\ f'\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm 1\\ \dfrac{x^2+1}{x}=a\ (a<-2)\\ \dfrac{x^2+1}{x}=b\ (-2<b<2)\\ \dfrac{x^2+1}{x}=c\ (c>2)\end{array}\right..$$

Xét hàm số $h(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$: $h'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$:




Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy phương trình $h(x)=a, h(x)=c$, mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác $\pm1$, mà $a\neq c \Rightarrow f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right)=0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt $x_1, x_2, x_3, x_4$ khác $\pm1$ và phương trình $h(x)=b$ vô nghiệm.

Do đó phương trình $g'(x)=0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt lần lượt theo thứ tự từ nhỏ đến lớn là $x_1, -1, x_2, x_3, 1, x_4$.

Vậy hàm số $g(x)=f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$ có 6 cực trị.

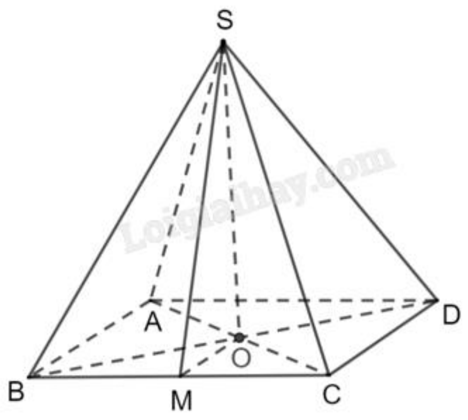
**Đáp án: 6.**

**Câu 2.** Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng…) là tan của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng…) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 $m^2$ và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao (đơn vị m) của kim tự tháp (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Phương pháp giải:**

Mô hình hóa mái nhà dưới dạng hình chóp tứ giác đều. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, định lí Pythagore, công thức tính diện tích tam giác.

**Lời giải chi tiết:**




Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều S.ABCD với O là tâm của đáy.

Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc $SMO \Rightarrow \tan SMO = \frac{49}{45} = \frac{SO}{OM}$.

Đặt $\begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là:

$S = 4S_{\Delta SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4.\frac{1}{2}SM.BC + AB^2 = 80300$

$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426}.90x + (90x)^2 = 80300$

$\Rightarrow x \approx 4 \Rightarrow SO = 49x \approx 98$ (m).

**Đáp án: 98.**

**Câu 3.** Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Phương pháp giải:**

Áp dụng phương pháp tổ hợp và tính xác suất bằng biến cố đối.

**Lời giải chi tiết:**

Mỗi hành khách có 3 cách chọn toa tàu nên 5 hành khách có tất cả $n(\Omega) = 3^5 = 245$ cách chọn.

A: "Mỗi toa có ít nhất 1 hành khách".

$\overline{A}$: "Có toa không có hành khách nào bước lên". Ta có:

TH1: Có 2 toa không có hành khách bước lên.

- Chọn 2 trong 3 toa để không có khách bước lên, có $C_3^2$ cách.

- Sau đó cả 5 hành khách lên toa còn lại, có 1 cách.

Do đó trường hợp này có $C_3^2.1 = 3$ cách.

TH2: Có 1 toa không có hành khách bước lên:

- Chọn 1 trong 3 toa để không có khách bước lên, có $C_3^1$ cách.

- 2 toa còn lại ta cần xếp 5 hành khách lên và mỗi toa có ít nhất 1 hành khách, có $2^5 - C_2^1.1 = 30$ cách.

Do đó trường hợp này có $C_3^1.30 = 90$ cách.

Vậy $n\left(\overline{A}\right) = 3 + 90 = 93$, suy ra $n(A) = n(\Omega) - n\left(\overline{A}\right) = 243 - 93 = 150$.

Xác suất cần tính là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{150}{243} = \dfrac{50}{81} \approx 0,62$.

**Đáp án: 0,62.**

**Câu 4.** Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sỹ 1km theo đường chim bay và chiến sỹ cách bờ bên kia 100 m. Hãy cho biết chiến sỹ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Phương pháp giải:**

Lập hàm số tính thời gian di chuyển theo x và tìm x để hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải chi tiết:**

Gọi A là mục tiêu; B là vị trí chiến sỹ và BD là đường bơi của chiến sỹ.

Chọn một đơn vị độ dài là 100m, suy ra BC = 1; AB = 10; $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 1^2} = 3\sqrt{11}$.

Gọi vận tốc bơi của chiến sỹ là 1 đơn vị vận tốc thì vận tốc chạy của chiến sỹ là 3 đơn vị vận tốc. Gọi x là quãng đường chiến sỹ bơi, hay BD = x (1 < x < 10).

$CD = \sqrt{x^2 - 1}$; $AD = AC - CD = 3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}$.

Thời gian chiến sỹ đến được mục tiêu là: $t = \dfrac{3\sqrt{11} - \sqrt{x^2 - 1}}{3} + \dfrac{x}{1} = \sqrt{11} - \dfrac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x$.

Xét hàm $f(x) = \sqrt{11} - \dfrac{1}{3}\sqrt{x^2 - 1} + x$ có $f'(x) = 1 - \dfrac{x}{3\sqrt{x^2 - 1}} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3\sqrt{2}}{4} \\ x = -\dfrac{3\sqrt{2}}{4} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $1$ | | $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ | | $10$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Thời gian chiến sỹ đến mục tiêu ngắn nhất khi f(x) đạt giá trị nhỏ nhất, hay $x=\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

Vậy chiến sĩ phải bơi $\frac{3\sqrt{2}}{4}.100=75\sqrt{2}\approx 106\ \text{(m)}$.

**Đáp án: 106.**

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm A(4;1;0), B(4;6;6), C(5;6;2), D(7;2;14) và điểm M(a;b;c) thỏa mãn MA = 3, MB = 6, MC = 5, MD = 13. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Phương pháp giải:**

Áp dụng công thức tính khoảng cách giữa hai điểm trong không gian: $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

**Lời giải chi tiết:**

Ta có $\begin{cases} MA=3\\ MB=6\\ MC=5\\ MD=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2+(b-1)^2+c^2=9\\ (a-3)^2+(b-6)^2+(c-6)^2=36\\ (a-4)^2+(b-6)^2+(c-2)^2=25\\ (a-6)^2+(b-2)^2+(c-14)^2=169 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2-6a-2b=-1\\ a^2+b^2+c^2-6a-12b-12c=-45\\ a^2+b^2+c^2-8a-12b-4c=-31\\ a^2+b^2+c^2-12a-4b-28c=-67 \end{cases}$.

Đặt $d=a^2+b^2+c^2$ ta được $\begin{cases} d-6a-2b=-1\\ d-6a-12b-12c=-45\\ d-8a-12b-4c=-31\\ d-12a-4b-28c=-67 \end{cases}$.

Giải hệ, tìm được a = 1; b = 2; c = 2; d = 9 suy ra M(1;2;2).

Vậy $OM=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{d}=3$.

**Đáp án: 3.**

**Câu 6.** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Phương pháp giải:**

Lập hàm tính lợi nhuận của lái xe khi chở x khách. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đó.

**Lời giải chi tiết:**

Gọi f(x) là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) $\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$ trong chuyến xe đó. Khi đó:

$f(x)=\frac{1}{2}x(40-x)^2$, với $0<x\le 16$.

Ta có: $f'(x)=\frac{1}{2}\left[(40-x)^2-2x(40-x)\right]=\frac{1}{2}(40-x)(40-3x)$.

Với $0<x\le 16$ thì $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{40}{3}$. Mà $13<\frac{40}{3}<14$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $0$ | $13$ | $\frac{40}{3}$ | $14$ | $16$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ $\nearrow$ | $4738,5$ $\nearrow$ | $f\left(\frac{40}{3}\right)$ | $\searrow$ $4732$ | $\searrow$ $4608$ |

Với f(13) = 4738,5, f(4) = 4732. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max\limits_{(0;16]} f(x)=4738,5$ (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến xe chở 13 khách.

**Đáp án: 4,74.**