ĐỀ THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT – Đề số 6

Môn: Toán học

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết chương trình Toán THPT.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải chương trình Toán THPT.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) B	**2)** A	**3)** C	**4)** D	**5)** C	**6)** C
7) A	**8)** A	**9)** A	**10)** B	**11)** D	**12)** D

Câu 1. Trong không gian Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vecto chỉ phương $\vec{a}=(2;-3;1)$ là

A. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6 \\ z=2-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}$

Phương pháp giải:

Theo lý thuyết về đường thẳng trong không gian *Oxyz*, ta có phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=\left(a;b;c\right)$ là $\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\\ z=z_0+ct\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Lời giải chi tiết:

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M\left(2;0;-1\right)$ và có vecto chỉ phương $\vec{a}=\left(2;-3;1\right)$ là

$$\begin{cases}x=2+2t\\ y=-3t\\ z=-1+t\end{cases}\quad\left(t\in\mathbb{R}\right).$$

Đáp án B.

Câu 2. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{0}\left(2x+1\right)dx$.

A. I = 0

B. I = 1

C. I = 2

D. I = $-\frac{1}{2}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính tích phân của hàm số lũy thừa $\int_a^b x^\alpha dx=\left.\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}\right|_a^b$.

Lời giải chi tiết:

$$I=\int_{-1}^{0}\left(2x+1\right)dx=\left.\left(x^2+x\right)\right|_{-1}^{0}=\left(0^2+0\right)-\left(\left(-1\right)^2-1\right)=0\,.$$

Đáp án A.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A. x = 2

B. x = 1

C. y = 2

D. y = 1

Phương pháp giải:

Đồ thị hàm số y = f(x) có đường tiệm cận ngang là $y=y_0$ nếu thõa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=y_0$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x+4}{x-1} = 2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là y = 2.

Đáp án C.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. $\dfrac{52}{3}$

B. -3

C. $-\dfrac{52}{3}$

D. 3

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1.q^{n-1}$.

Lời giải chi tiết:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n).

Ta có: $u_4 = u_1.q^3 \Leftrightarrow 54 = 2.q^3 \Leftrightarrow q^3 = 27 \Leftrightarrow q = 3$.

Đáp án D.

Câu 5. Cho tập hợp A = {0;1;2;3;4;5}. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số và các chữ số thuộc A?

A. 1296

B. 300

C. 1080

D. 360

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc nhân.

Lời giải chi tiết:

Gọi số có 4 chữ số thỏa yêu cầu bài toán có dạng là: $\overline{a_1a_2a_3a_4}$.

Số cách chọn a_1 là 5 (trừ chữ số 0).

Số cách chọn a_2 là 6.

Số cách chọn a_3 là 6.

Số cách chọn a_4 là 6.

Vậy theo quy tắc nhân có 5.6.6.6 = 1080 số.

Đáp án C.

Câu 6. Cho mẫu số liệu ghép nhóm với bộ ba tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 11,5$; $Q_2 = 14,5$; $Q_3 = 21,3$. Khi đó khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $\Delta Q = 3,0$

B. $\Delta Q = 6,8$

C. $\Delta Q = 9,8$

D. $\Delta Q = 32,8$

Phương pháp giải:

Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.

Lời giải chi tiết:

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 21,3 - 11,5 = 9,8$.

Đáp án C.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+4} = 9$ là

A. x = 1; x = 2

B. x = -1; x = 3

C. x = 1; x = -2

D. x = -1; x = 2

Phương pháp giải:

Đưa hai vế về cùng cơ số.

Lời giải chi tiết:

Ta có $3^{x^2-3x+4} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-3x+4} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm x = 1; x = 2.

Đáp án A.

Câu 8. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật AB = a, BC = 2a, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SA = 3a. Thể tích của khối chóp S.ABCD bằng

A. $2a^3$

B. $3a^3$

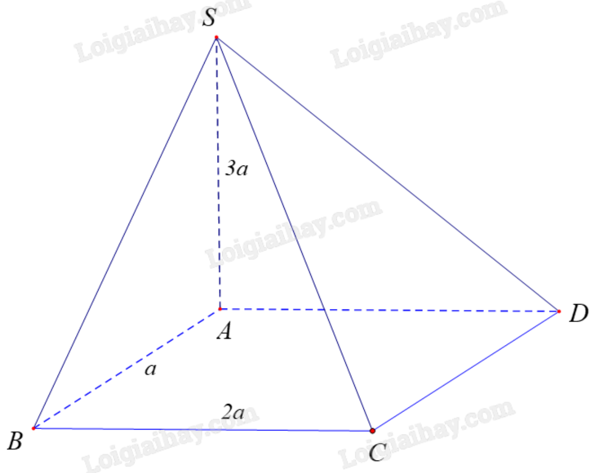
C. $6a^3$

D. a^3

Phương pháp giải:

Áp dụng công tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B, chiều cao h: $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải chi tiết:



Diện tích đáy $B = a.2a = 2a^2$ và chiều cao bằng $h = 3a$

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a.2a.3a = 2a^3$.

Đáp án A.

Câu 9. Trong không gian Oxyz, cho hai vecto $\vec{a} = (1;-2;1)$ và $\vec{b} = (2;-4;-2)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. 8

B. -8

C. 12

D. -12

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ tích vô hướng của hai vecto.

Lời giải chi tiết:

Ta có $\vec{a}.\vec{b} = 1.2 + (-2).(-4) + 1.(-2) = 8$.

Đáp án A.

Câu 10. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7;9)

B. [9;11)

C. [11;13)

D. [13;15)

Phương pháp giải:

Lập bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện rồi áp dụng công thức tính số trung bình.

Lời giải chi tiết:

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là:

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$.

Đáp án B.

Câu 11. Trong không gian với Oxyz, cho hai điểm A(1;2;3), B(-2;-4;9). Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho MA = 2MB. Độ dài đoạn thẳng OM là

A. 5

B. 3

C. $\sqrt{17}$

D. $3\sqrt{6}$

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ các phép cộng, trừ, tích của vecto với một số.

Lời giải chi tiết:

Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và MA = 2MB.

Nên $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$\Rightarrow M(-1;-2;7)$.

Độ dài đoạn thẳng $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}$.

Đáp án D.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;-2;7), B(-3;8;-1). Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{45}$

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 45$

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{45}$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 45$

Phương pháp giải:

Phương trình mặt cầu tâm I(a;b;c) bán kính R có phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Lời giải chi tiết:

Gọi I là trung điểm AB ta có $I(-1;3;3)$ là tâm mặt cầu.

Bán kính $R=IA=\sqrt{(1+1)^2+(-2-3)^2+(7-3)^2}=\sqrt{45}$.

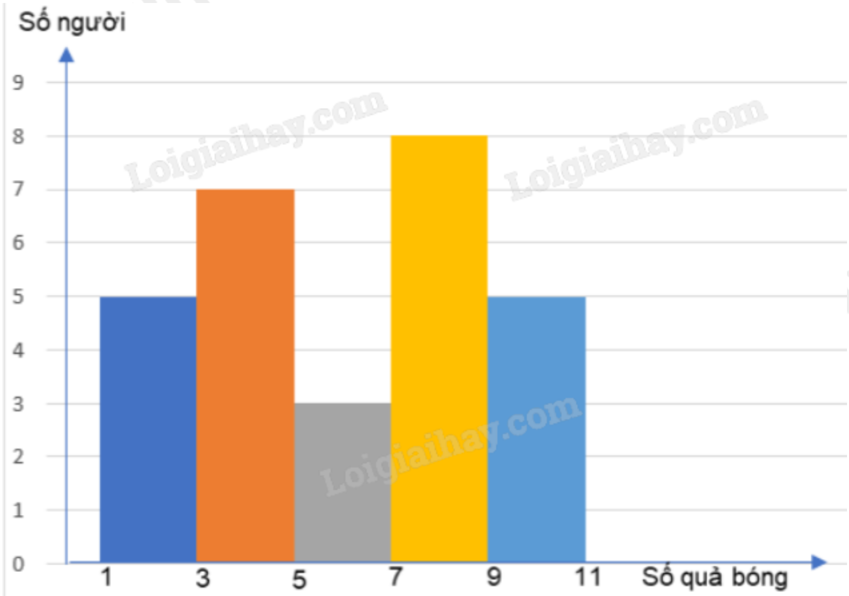
Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$.

Đáp án D.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

1) ĐSĐS	**2)** ĐĐSS	**3)** SSĐĐ	**4)** ĐĐĐS

Câu 1. Một huấn luyện viên môn bóng rổ thống kê lại số quả bóng được ném vào rổ của một nhóm vận động viên đang tập luyện mỗi người ném 11 lần như sau:



a) Từ biểu đồ, có thể lập được bảng tần số ghép nhóm gồm 5 nhóm biết mỗi nhóm có độ dài là 2.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 5.

c) Số trung bình của mẫu số liệu bằng $\frac{85}{14}$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên lớn hơn 3.

Phương pháp giải:

Lập bảng tần số ghép nhóm, áp dụng công thức tính khoảng tứ phân vị, số trung bình và độ lệch chuẩn.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Bảng tần số ghép nhóm thoả mãn yêu cầu:

Số quả bóng	$[1;3)$	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$
Số người	5	7	3	8	5

Vậy có 5 nhóm, mỗi nhóm có độ dài bằng 2.

b) Sai. Gọi $x_1, x_2, ..., x_{x_{28}}$ lần lượt là số quả bóng được ném vào rổ của các vận động viên sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_7 + x_8) \in [3;5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 3 + \frac{\frac{28}{4} - 5}{7}(5-3) = \frac{25}{7}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22}) \in [7;9)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 7 + \frac{\frac{3.28}{4} - 15}{8}(9-7) = \frac{17}{2}$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{17}{2} - \frac{25}{7} \approx 4,93$.

c) Đúng. Ta có bảng thống kê theo giá trị đại diện:

Số quả bóng đại diện	2	4	6	8	10
Số người	5	7	3	8	5

Cỡ mẫu: n = 28.

Số trung bình của mẫu số liệu: $\overline{x} = \frac{1}{28}(5.2 + 7.4 + 3.6 + 8.8 + 5.10) = \frac{85}{14}$.

d) Sai. Phương sai của mẫu số liệu:

$$S^2 = \frac{1}{28}\left(5.2^2 + 7.4^2 + 3.6^2 + 8.8^2 + 5.10^2\right) - \left(\frac{85}{14}\right)^2 = \frac{1539}{196}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $S = \sqrt{\frac{1539}{196}} \approx 2,802$.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABC có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác đều SAB cạnh 2a. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$.

a) $SH \perp (ABC)$ với H là trung điểm AB.

b) $d(S,(ABC)) = a\sqrt{3}$.

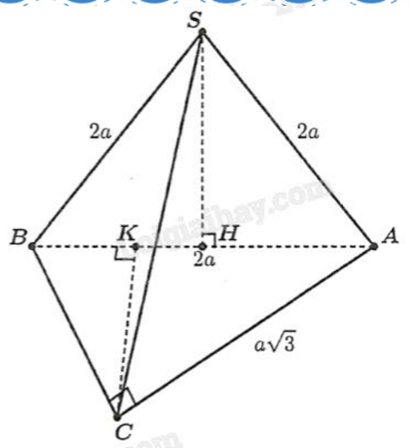
c) $d(C,(SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

d) Thể tích của khối chóp S.ABC bằng $\frac{a^3}{6}$.

Phương pháp giải:

Áp dụng điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lý Pythagore, công thức tính thể tích khối chóp.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. H là trung điểm AB, mà tam giác SAB đều nên SH vừa là đường trung tuyến, vừa là đường cao, hay $SH \perp AB$.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

b) Đúng. Tam giác SAB đều cạnh 2a có độ dài đường cao là $SH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Vì $\begin{cases} SH \perp (ABC) \\ H \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow d\left(S,(ABC)\right) = SH = a\sqrt{3}$.

c) Sai. Kẻ đường cao CK của tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp CK \\ AB \perp CK \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow d\left(C,(SAB)\right) = CK$.

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác ABC vuông tại C:

$BC^2 = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(a\sqrt{3}\right)^2} = a$.

Xét tam giác ABC vuông tại C có đường cao CK:

$AB.CK = CA.CB \Leftrightarrow CK = \dfrac{CA.CB}{AB} = \dfrac{a\sqrt{3}.a}{2a} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d\left(C,(SAB)\right) = CK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

d) Sai. Diện tích đáy hình chóp là $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AC.BC = \dfrac{1}{2}a\sqrt{3}.a = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3}{2}$.

Câu 3. Cho một cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu bằng -7, số hạng thứ hai bằng 14 và số hạng cuối bằng 14336.

a) Công bội của cấp số nhân bằng 2.

b) 224 là số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

c) Cấp số nhân đã cho có 12 số hạng.

d) Tổng $u_1+u_3+u_5+u_7+u_9$ bằng -2387.

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n=u_1q^{n-1}$ và công thức tổng n số hạng đầu của cấp số nhân $S_n=\dfrac{q^n-1}{q-1}$.

Lời giải chi tiết:

a) Sai. Công bội của cấp số nhân bằng $\dfrac{u_2}{u_1}=-2$.

b) Sai. $u_5=-7.(-2)^4=-112$.

c) Đúng. $-7.(-2)^{n-1}=14336\Leftrightarrow(-2)^{n-1}=2048\Leftrightarrow n-1=11\Leftrightarrow n=12$.

d) Đúng. u_1,u_3,u_5,u_7,u_9 lập thành một cấp số nhân gồm 5 số hạng với số hạng đầu bằng -7 và công bội bằng 4 nên $u_1+u_3+u_5+u_7+u_9=-7.\dfrac{4^5-1}{4-1}=-2387$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình x – y – z – 3 = 0 và hai điểm A(1;-3;-4), B(1;2;1).

a) Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;-1)$.

b) $\overrightarrow{AB}=(0;5;5)$.

c) Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

d) Cho điểm M di động trên (P). Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức MA^2+MB^2 bằng 56.

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vecto.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Ta có $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;-1)$.

b) Đúng. $\overrightarrow{AB}=(1-1;2+3;1+4)=(0;5;5)$.

c) Đúng. $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{|1-(-3)-(-4)-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

d) Sai. Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA}+4\overrightarrow{IB}=\vec{0}$, ta có $\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+x_B}{5}=1\\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{5}=1\\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{5}=0\end{cases}\Rightarrow I(1;1;0)$.

Ta có: $MA^2 + 4MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + 4\overrightarrow{MB}^2 = \left(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM}\right)^2 + 4\left(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}\right)^2$

$= 5IM^2 - 2\overrightarrow{IM}\left(\overrightarrow{IA} + 4\overrightarrow{IB}\right) + MA^2 + 4MB^2$.

Suy ra $MA^2 + 4MB^2 = 5IM^2 + IA^2 + 4IB^2$.

$MA^2 + 4MB^2$ nhỏ nhất khi IM nhỏ nhất (vì IA, IB cố định) $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P).

Khi đó $IM = d\left(I,(P)\right) = \dfrac{|1-1-0-3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} = \sqrt{3}$.

$IA^2 = (1-1)^2 + (-3-1)^2 + (-4-0)^2 = 32$; $4IB^2 = 4\left[(1-1)^2 + (2-1)^2 + (1-0)^2\right] = 8$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + 4MB^2$ là $5IM^2 + IA^2 + 4IB^2 = 5.\left(\sqrt{3}\right)^2 + 32 + 8 = 55$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

1) 0,62	**2)** 0,23	**3)** 283	**4)** 4	**5)** 7,3	**6)** 30

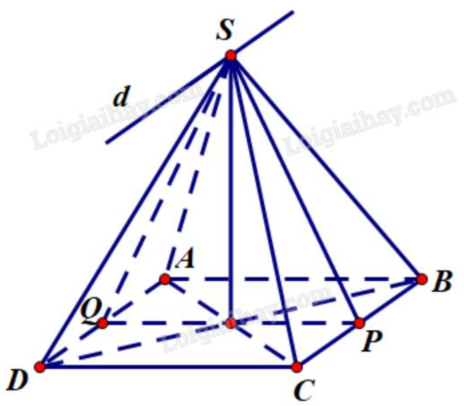
Câu 1. Một mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều với độ dài cạnh đáy dài 2,4 m và độ dài các cạnh bên của hình chóp bằng 3 m. Gọi góc nhị diện giữa hai mặt bên đối diện của mái che giếng trời đó là α, tính $\cos\alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Phương pháp giải:

Mô hình hóa mái che dạng chóp tứ giác đều. Áp dụng quy tắc xác định góc nhị diện, định lý Pythagore và hệ quả định lý cosin trong tam giác.

Lời giải chi tiết:

Mái che giếng trời có dạng hình chóp tứ giác đều S.ABCD, SA = 3, AB = 2,4.



Gọi P, Q là trung điểm của BC, AD. Khi đó $SP \perp BC$ và $SQ \perp AD$ (đường trung tuyến đồng thời là đường cao của các tam giác cân đỉnh S).

Vì mỗi mặt phẳng (SBC) và (SAD) chứa đường thẳng AD và BC song song với nhau, S là giao điểm của hai mặt phẳng nên tiếp tuyến của chúng là đường thẳng d qua S sao cho d // BC // AD.

Suy ra $SP \perp d$ và $SQ \perp d$.

Khi đó $\widehat{PSQ} = \alpha$ là góc nhị diện giữa hai mặt bên đối diện (SAD), (SBC).

Ta có: SB = 3, PB = 1,2 $\Rightarrow SQ = SP = \sqrt{SB^2 - PB^2} = \frac{3\sqrt{21}}{5}$.

Xét tam giác SPQ: $\cos\alpha = \frac{SP^2 + SQ^2 - PQ^2}{2.SP.SQ} = \frac{13}{21} \approx 0,62$.

Đáp án: 0,62.

Câu 2. Một bình đựng 30 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 20 viên bi xanh và 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính xác suất có điều kiện $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Lời giải chi tiết:

A: "Lấy được viên bi xanh ở lần thứ nhất".

B: "Lấy được viên bi trắng ở lần thứ hai".

Ban đầu, có 20 viên bi xanh trong tổng số 30 viên bi trắng nên $P(A) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$.

Sau khi lấy được bi xanh ở lần thứ nhất, trong 29 viên bi còn lại có 10 viên bi trắng nên $P(B|A) = \frac{10}{29}$.

Xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = \frac{2}{3}.\frac{10}{29} = \frac{20}{87} \approx 0,23$.

Đáp án: 0,23.

Câu 3. Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m. Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người đó điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 100 m về phía bắc và 50 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 40 m. Biết flycam bay theo một đường thẳng từ vị trí A đến vị trí B tạo thành một vecto $\overrightarrow{AB}$. Tính $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

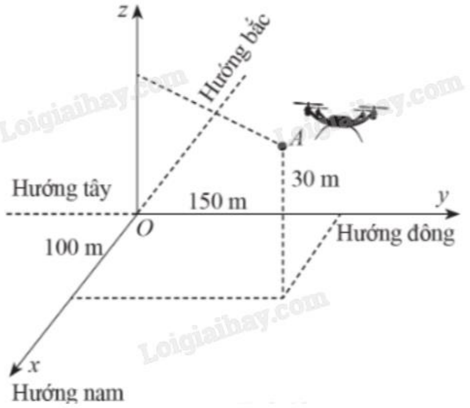
Phương pháp giải:

Chọn hệ trục tọa độ ở vị trí phù hợp.

Áp dụng công thức tính độ dài vecto $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_B - x_A) + (y_B - y_A)}$.

Lời giải chi tiết:

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz, với gốc đặt tại vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét (như hình vẽ).



Ta có A(100;150;30), B(-100;-50;40). Suy ra $\overrightarrow{AB}=(-100-100;-50-150;40-30)=(-200;-200;10)$.

Vậy $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-200)^2+(-200)^2+10^2}=30\sqrt{89}\approx 283\ (\text{m})$.

Đáp án: 283.

Câu 4. Trong 10 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=t^3-12t^2+5t+1$, trong đó thời gian t được tính bằng giây, quãng đường s tính bằng mét. Hỏi sau khoảng thời gian bao nhiêu giây thì vận tốc tức thời của chất điểm bắt đầu tăng lên?

Phương pháp giải:

Lập bảng xét dấu cho hàm v(t) = s'(t).

Vận tốc tức thời của chất điểm tăng lên khi v'(t) đổi dấu từ âm sang dương.

Lời giải chi tiết:

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là $v(t)=s'(t)=3t^2-24t+5$.

Xét hàm số $v(t)=3t^2-24t+5$ với $t\in[0;10]$ ta có:

$v'(t)=6t-24\Rightarrow v'(t)=0\Leftrightarrow t=4$.

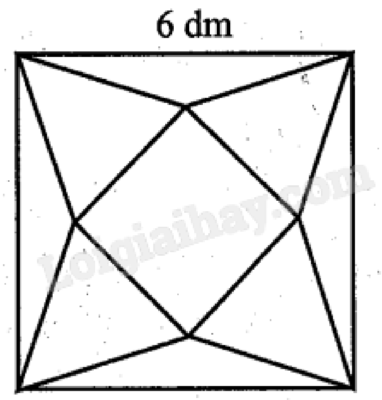
Ta có bảng xét dấu:

t	0		4		10
$v'(t)$		-	0	+	

Từ bảng xét dấu suy ra vận tốc tức thời của chất điểm bắt đầu tăng lên sau khoảng thời gian 4 giây.

Đáp án: 4.

Câu 5. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (hình vẽ sau).



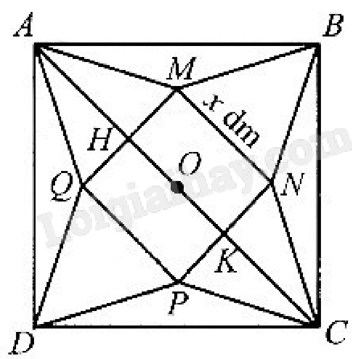
Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Phương pháp giải:

Lập hàm số biểu diễn thể tích của khối chóp và tìm giá trị lớn nhất bằng cách ứng dụng đạo hàm.

Lời giải chi tiết:

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là x (dm) với $0 < x < 6\sqrt{2}$ như hình bên.



Ta có: $AH = \dfrac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \dfrac{x}{2}$.

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: $h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \dfrac{x}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}$.

Thể tích khối chóp là: $V = \dfrac{1}{3}hx^2 = \dfrac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \dfrac{1}{3}\sqrt{x^4\left(18 - 3\sqrt{2}x\right)}$.

Để tìm giá trị lớn nhất của V, ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4\left(18 - 3\sqrt{2}x\right)$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$.

Ta có: $f'(x) = x^3\left(-15\sqrt{2}x + 72\right)$, $f'(x) = 0$ khi $x = 0$ hoặc $x = \dfrac{12\sqrt{2}}{5}$.

Bảng biến thiên của f(x) như sau:

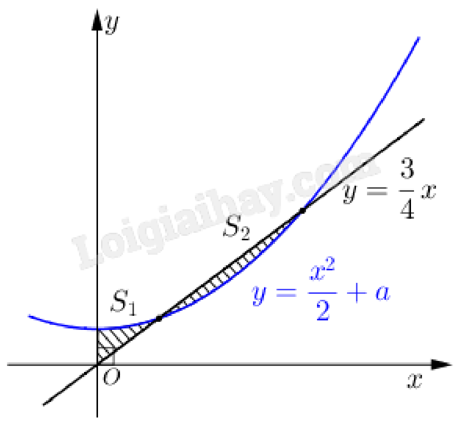
x	0		$\frac{12\sqrt{2}}{5}$		$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	$\searrow$	-93312

Từ bảng biến thiên ta có $\max\limits_{(0;6\sqrt{2})} f(x) = f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$ tại $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng $V = \frac{1}{3}.\sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4\left(18 - 3\sqrt{2}.\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3\ \left(dm^3\right)$.

Đáp án: 7,3.

Câu 6. Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì giá trị biểu thức 128a + 3 bằng bao nhiêu?



Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng $S = \int\limits_a^b \left|f(x) - g(x)\right|dx$.

Lời giải chi tiết:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4a = 0$.

Theo đề bài phương trình có hai nghiệm $0 < x_1 < x_2$ thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} & (*) \\ x_1x_2 = 2a & (**) \end{cases}$.

$$S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int\limits_0^{x_1}\left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right|dx + \int\limits_{x_1}^{x_2}\left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right|dx = 0 \Leftrightarrow \int\limits_0^{x_2}\left|\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right|dx = 0$$

$\Leftrightarrow \left|\left.\left|\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{8}x^2+ax\right|\right|_0^{x_2}\right.=0 \Leftrightarrow \left|\frac{1}{6}x_2^3-\frac{3}{8}x_2^2+ax_2\right|=0 \Rightarrow a=-\frac{x_2^2}{6}+\frac{3x_2}{8}$ (***).

Từ $(*) \Rightarrow x_1=\frac{3}{2}-x_2$, thay vào $(**) \Rightarrow \left(\frac{3}{2}-x_2\right)x_2=-\frac{x_2^2}{3}+\frac{3x_2}{4} \Leftrightarrow \frac{2x_2^2}{3}-\frac{3x_2}{4}=0 \Rightarrow x_2=\frac{9}{8}$.

Thay vào (***) ta được $a=\frac{27}{128}$.

Vậy $128a+3=128.\frac{27}{128}+3=30$.

Đáp án: 30.