

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 9

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách: Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	D	D	C	D	A	B	B	D	D	C

Câu 1. Phân thức $\frac{x+1}{2x-y}$ là phân thức nghịch đảo của:

- A. $\frac{x+1}{2x}$ B. $\frac{x-1}{2x-1}$ C. $\frac{2x-y}{x+1}$ D. $\frac{2y-x}{x+1}$

Phương pháp

Hai phân thức nghịch đảo nếu tích của chúng bằng 1.

Lời giải

Vì $\frac{x+1}{2x-y} \cdot \frac{2x-y}{x+1} = 1$ nên phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{x+1}{2x-y}$ là $\frac{2x-y}{x+1}$.

Đáp án C

Câu 2. Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x-3}{2+x}$ là

- A. $x \neq 3$. B. $x \neq 2$. C. $x \neq -2$. D. $x \neq -3$.

Phương pháp

Phân thức $\frac{A}{B}$ xác định khi $B \neq 0$.

Lời giải

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x-3}{2+x}$ là $2+x \neq 0$ hay $x \neq -2$.

Đáp án C

Câu 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định sai là

- A. $\frac{5x^2y}{xy^2} = \frac{5x}{y}$ B. $\frac{x^3-8}{x-2} = x^2+2x+4$ C. $\frac{x-5}{2-x} = \frac{5-x}{x-2}$ D. $\frac{3-x}{x+2} = \frac{x-3}{x+2}$

Phương pháp

Sử dụng tính chất của phân thức đại số:

$$\frac{A}{B} = \frac{A.M}{B.M} \quad (M \text{ là một đa thức khác } 0)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{A:N}{B:N} \text{ (N là một nhân tử chung)}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$$

Lời giải

Ta có:

$$\frac{5x^2y}{xy^2} = \frac{5x^2y:xy}{xy^2:xy} = \frac{5x}{y} \text{ nên A đúng.}$$

$$\frac{x^3 - 8}{x - 2} = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} = x^2 + 2x + 4 \text{ nên B đúng.}$$

$$\frac{x-5}{2-x} = \frac{-(x-5)}{-(2-x)} = \frac{5-x}{x-2} \text{ nên C đúng.}$$

$$\frac{3-x}{x+2} = \frac{-(3-x)}{-(x+2)} = \frac{x-3}{-x-2} \neq \frac{x-3}{x+2} \text{ nên D sai.}$$

Đáp án D

Câu 4. Kết quả của phép tính $\frac{x-1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xy} + \frac{y-1}{yz}$ bằng

A. $\frac{x+y}{xyz}$.

B. $\frac{(x-1)(y-1)}{(xyz)^2}$.

C. $\frac{(x-1)(y-1)}{2xyz}$.

D. $\frac{y+z}{yz}$.

Phương pháp

Nhóm các phân thức cùng mẫu vào để cộng phân thức cùng mẫu: $\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}$

Sau đó cộng các phân thức khác mẫu vừa tính được: $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD+BC}{BD}$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \frac{x-1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xy} + \frac{y-1}{yz} \\ &= \left(\frac{x-1}{xy} + \frac{1}{xy} \right) + \left(\frac{1}{yz} + \frac{y-1}{yz} \right) \\ &= \frac{x-1+1}{xy} + \frac{1+y-1}{yz} \\ &= \frac{x}{xy} + \frac{y}{yz} \\ &= \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \\ &= \frac{y+z}{yz} \end{aligned}$$

Đáp án D

Câu 5. Tích của hai phân thức $\frac{x(x+3)}{5(x-3)}$ và $\frac{2(x-3)}{(x+3)^2}$ bằng

A. $\frac{2x}{5}$.

B. $\frac{2x}{x+3}$.

C. $\frac{2x}{5(x+3)}$.

D. $\frac{x+2}{5(x+3)}$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc nhân phân thức: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$

Lời giải

Ta có:

$$\frac{x(x+3)}{5(x-3)} \cdot \frac{2(x-3)}{(x+3)^2} = \frac{2x(x+3)(x-3)}{5(x-3)(x+3)^2} = \frac{2x}{5(x+3)}$$

Đáp án C

Câu 6. Trong đẳng thức $\frac{x^2+x}{4x^2-1} : \frac{x+1}{2x-1} = \frac{x}{Q}$. Khi đó đa thức Q là

A. $2x-1$.

B. $2x$.

C. $1-2x$.

D. $2x+1$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc chia phân thức để tính về trái.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{x^2+x}{4x^2-1} : \frac{x+1}{2x-1} \\ &= \frac{x(x+1)}{(2x-1)(2x+1)} \cdot \frac{2x-1}{x+1} \\ &= \frac{x(x+1)(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)(x+1)} \\ &= \frac{x}{2x+1} = \frac{x}{Q} \end{aligned}$$

Suy ra $Q = 2x+1$.

Đáp án D

Câu 7. Cho $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$ theo tỉ số đồng dạng $k = 3$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $AB = 3XY$.

B. $AB = 3YZ$.

C. $XY = 3AB$.

D. $A = 3X$.

Phương pháp

$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ theo hệ số tỉ lệ k thì $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k$.

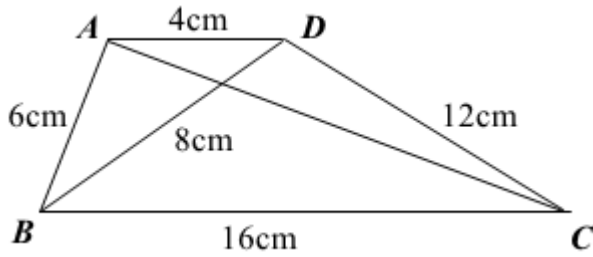
Lời giải

$\Delta ABC \sim \Delta XYZ$ theo tỉ số đồng dạng $k = 3$ nên $\frac{AB}{XY} = 3$.

Do đó $AB = 3XY$.

Đáp án A

Câu 8. Cho hình vẽ, biết $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$. Hãy cho biết hai tam giác nào đồng dạng?



- A. $\triangle ABC \sim \triangle DBC$. B. $\triangle ADB \sim \triangle DBC$. C. $\triangle ABD \sim \triangle BDC$. D. $\triangle ADC \sim \triangle ABC$.

Phương pháp

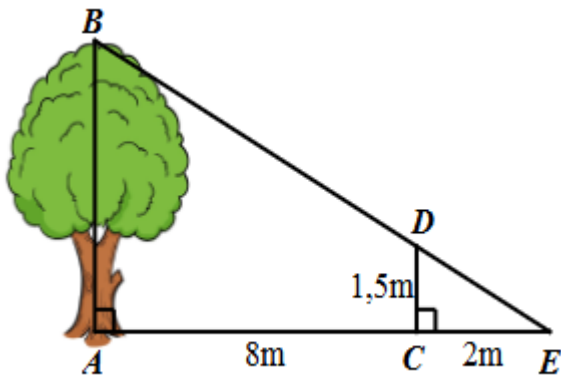
Nếu $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ thì $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (c.c.c).

Lời giải

Vì $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$ nên $\triangle ADB \sim \triangle DBC$ (c.c.c),

Đáp án B

Câu 9. Một người cắm một cái cọc vuông góc với mặt đất sao cho bóng của đỉnh cọc trùng với bóng của ngọn cây (như hình vẽ). Biết cọc cao 1,5m so với mặt đất, chân cọc cách gốc cây 8m và cách bóng của đỉnh cọc 2m. Khi đó, chiều cao AB của cây là:



- A. 3m. B. 7,5m. C. 6m. D. 13,3m.

Phương pháp

Sử dụng định lý tam giác đồng dạng: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác là song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

Lời giải

Vì cây và cọc cùng vuông góc với mặt đất nên $DC \parallel AB$.

Do đó $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (định lý tam giác đồng dạng)

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{CD} = \frac{AE}{CE} \text{ nên } AB = \frac{AE \cdot CD}{CE} = \frac{(AC + CE) \cdot CD}{CE} = \frac{(8 + 2) \cdot 1,5}{2} = 7,5$$

Vậy chiều cao AB của cây là 7,5m.

Đáp án B

Câu 10. Một tứ giác có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường. Biết chu vi tứ giác đó là 52cm và một đường chéo là 10cm. Độ dài đường chéo còn lại là

- A. 12cm. B. 18cm. C. 16cm. D. 24cm.

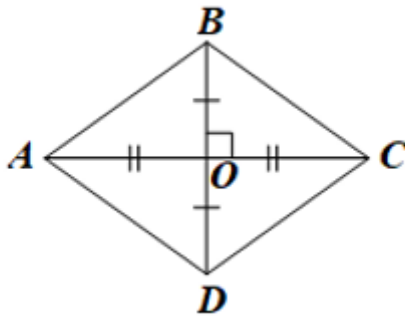
Phương pháp

Chứng minh tứ giác là hình thoi.

Từ chu vi hình thoi suy ra cạnh = chu vi : 4.

Sử dụng định lí Pythagore để tính đường chéo còn lại.

Lời giải



Vì tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên ABCD là hình thoi.

Độ dài cạnh của hình thoi ABCD là: $AB = 52 : 4 = 13(cm)$

Giả sử đường chéo $BD = 10cm$ và O là giao điểm của hai đường chéo thì $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}.10 = 5(cm)$

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ABO vuông tại O, ta có:

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 \text{ suy ra } AO = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(cm)$$

Do O là trung điểm của AC nên $AC = 2AO = 2.12 = 24(cm)$

Đáp án D

Câu 11. Nếu $\Delta ABC \sim \Delta MNP$ theo tỉ số đồng dạng là $k = \frac{2}{5}$ thì $\Delta MNP \sim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng là

- A. $k' = 2.$
- B. $k' = 5.$
- C. $k' = \frac{2}{5}.$
- D. $k' = \frac{5}{2}.$

Phương pháp

Nếu $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng k thì $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $\frac{1}{k}$.

Lời giải

Nếu $\Delta ABC \sim \Delta MNP$ theo tỉ số đồng dạng là $k = \frac{2}{5}$ thì $\Delta MNP \sim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng là $k' = \frac{5}{2}$.

Đáp án D

Câu 12. Cho các hình sau:



Hình H



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hình đồng dạng với hình H là

- A. hình 1.
- B. hình 2.
- C. hình 3.
- D. hình 4.

Phương pháp

Quan sát xem hình nào giống với hình H.

Lời giải

Hình đồng dạng với hình H là hình 3.

Đáp án C**Phần II**

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2
a) Sai	a) Đúng
b) Đúng	b) Đúng
c) Đúng	c) Sai
d) Sai	d) Sai

Câu 1: Cho biểu thức $A = \frac{8x}{4x^2 - 1} : \frac{4x}{10x - 5}$.

a) Điều kiện xác định của phân thức A là $x \neq \frac{1}{2}$.

b) Rút gọn biểu thức A ta được kết quả $\frac{10}{2x+1}$.

c) Khi $x = 2$ thì giá trị của biểu thức $A = 2$.

d) Các giá trị x nguyên để A nguyên là $x \in \{-3; -1; 0; 2\}$.

Phương pháp

a) Xác định giá trị của x để mẫu thức khác 0, phân thức chia khác 0.

b) Sử dụng quy tắc chia hai phân thức để rút gọn biểu thức A.

c) Thay $x = 2$ vào biểu thức A để tính giá trị của A.

d) Để $A = \frac{k}{g(x)}$ nguyên thì $k : g(x)$.

Lập bảng để tìm các giá trị của x.

Lời giải**a) Sai**

Biểu thức A xác định khi:

$4x^2 - 1 \neq 0$ và $10x - 5 \neq 0$ và $4x \neq 0$ (do $\frac{4x}{10x - 5}$ là phân thức chia)

+) $4x^2 - 1 \neq 0$

$4x^2 \neq 1$

$x^2 \neq \frac{1}{4}$

$x \neq \pm \frac{1}{2}$

+) $10x - 5 \neq 0$

$10x \neq 5$

$$x \neq \frac{1}{2}$$

+) $4x \neq 0$ nên $x \neq 0$

Vậy điều kiện xác định của phân thức A là $x \neq \pm \frac{1}{2}; x \neq 0$.

b) Đúng

$$\text{Ta có: } A = \frac{8x}{4x^2 - 1} : \frac{4x}{10x - 5} \left(x \neq \pm \frac{1}{2} \right)$$

$$A = \frac{8x}{4x^2 - 1} \cdot \frac{10x - 5}{4x}$$

$$A = \frac{8x(10x - 5)}{4x(4x^2 - 1)}$$

$$A = \frac{40x(2x - 1)}{4x(2x - 1)(2x + 1)}$$

$$A = \frac{10}{2x + 1}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{10}{2x + 1}$$

c) Đúng

Thay $x = 2$ vào A, ta được:

$$A = \frac{10}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{10}{5} = 2$$

d) Sai

Để A nguyên thì $\frac{10}{2x+1}$ nguyên, khi đó $10:(2x+1)$ hay $(2x+1) \in U(10) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 5; \pm 10\}$.

Ta có bảng sau:

$2x+1$	-10	-5	-2	-1	1	2	5	10
x	$-\frac{11}{2}$ (L)	-3 (TM)	$-\frac{3}{2}$ (L)	-1 (TM)	0 (L)	$\frac{1}{2}$ (L)	2 (TM)	$\frac{9}{2}$ (L)
$A = \frac{10}{2x+1}$	-1	-2	-5	-10	10	5	2	1

Vậy $x \in \{-3; -1; 2\}$ thì A nguyên.

Đáp án: SDDS

Câu 2: Cho hình bình hành ABCD ($AB > BC$), điểm $M \in AB$. Đường thẳng DM cắt AC tại K, cắt BC tại N. Cho $AB = 10\text{cm}$, $AD = 9\text{cm}$, $AM = 6\text{cm}$.

a) $\triangle ADK \sim \triangle CNK$.

b) $\frac{KM}{KD} = \frac{KA}{KC}$.

c) $KD^2 = KM \cdot MN$.

d) $CN = 10\text{cm}$.

Phương pháp

a) Chứng minh $AD \parallel CN$.

Sử dụng định lý tam giác đồng dạng để chứng minh hai tam giác đồng dạng.

b) Chứng minh $AM \parallel CD$.

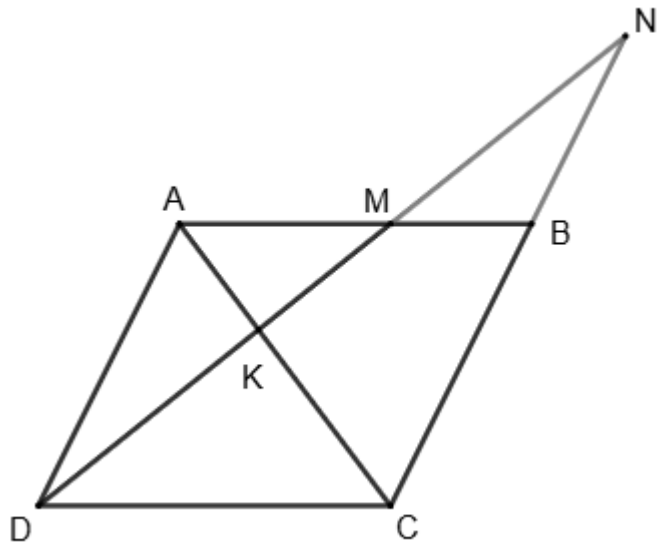
Sử dụng định lí tam giác đồng dạng để chứng minh hai tam giác đồng dạng.

Từ đó suy ra tỉ lệ cạnh tương ứng bằng nhau.

c) Đưa các cạnh về tam giác đồng dạng để kiểm tra.

d) Dựa vào tỉ số đồng dạng của hai tam giác để tính NC.

Lời giải



a) Đúng

Vì ABCD là hình bình hành nên $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$.

Vì $AD \parallel NC$ ($AD \parallel BC$) nên $\triangle ADK \sim \triangle CNK$ (định lí tam giác đồng dạng)

b) Đúng

Vì $AM \parallel CD$ ($AB \parallel CD$) nên $\triangle AKM \sim \triangle CKD$ (định lí tam giác đồng dạng)

Suy ra $\frac{KM}{KD} = \frac{KA}{KC}$ (tỉ lệ giữa các cạnh tương ứng) (1)

c) Sai

Từ $\triangle ADK \sim \triangle CNK$, ta có: $\frac{AK}{KC} = \frac{KD}{KN}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{KM}{KD} = \frac{KD}{KN}$ nên $KD^2 = KM \cdot KN \neq KM \cdot MN$ nên c sai.

d) Sai

Xét $\triangle ADM$ và $\triangle CND$ có:

$\angle AMD = \angle NDC$ (2 góc so le trong)

$\angle ADM = \angle DNC$ (2 góc so le trong)

nên $\triangle ADM \sim \triangle CND$ (g.g),

Suy ra $\frac{AM}{AD} = \frac{CD}{CN}$.

Vì ABCD là hình bình hành nên $CD = AB = 10\text{cm}$.

Do đó $CN = \frac{CD \cdot AD}{AM} = \frac{10 \cdot 9}{6} = 15(\text{cm})$

Đáp án: ĐĐSS

Phần III

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4
Chọn	-1	182	9,6	-3

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{x+1}{x-3}$ khi $|x-2|=1$.

Phương pháp

Tính giá trị của x thỏa mãn $|x-2|=1$, kiểm tra với điều kiện xác định của B .

Sau đó thay x tìm được vào B .

Lời giải

ĐKXD của B là: $x-3 \neq 0$ hay $x \neq 3$.

Ta có: $|x-2|=1$ nên:

$$x-2=1 \text{ hoặc } x-2=-1$$

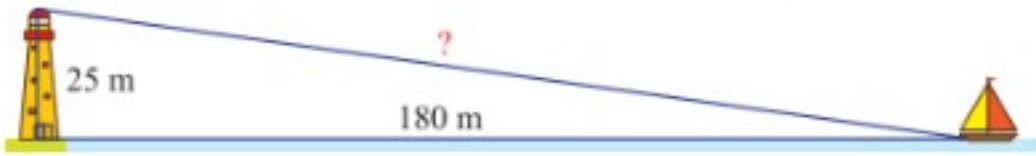
$$x=3 \text{ (L) hoặc } x=1 \text{ (TM)}$$

Thay $x=1$ vào $B = \frac{x+1}{x-3}$, ta được:

$$B = \frac{1+1}{1-3} = -1$$

Đáp án: -1

Câu 2. Một con thuyền đang neo ở một điểm cách chân tháp hải đăng 180m. Biết tháp hải đăng cao 25m. Khoảng cách từ thuyền đến đỉnh tháp hải đăng bằng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):



Phương pháp

Sử dụng định lý Pythagore để tính khoảng cách từ thuyền đến đỉnh tháp hải đăng.

Lời giải

Khoảng cách từ thuyền đến đỉnh tháp hải đăng là: $\sqrt{25^2 + 180^2} = 182(m)$

Đáp án: 182

Câu 3. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 12cm, AC = 16cm$. Đường cao AH . Độ dài đoạn thẳng AH là ...cm. (viết dưới dạng số thập phân)

Phương pháp

Sử dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC để tính BC .

Chứng minh $\Delta HBA \sim \Delta ABC$ ($g-g$) suy ra tỉ số của các cạnh tương ứng để tính AH .

Lời giải

Áp dụng định lý Pythagore vào ΔABC vuông tại A , ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

$$\text{Do đó: } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$\text{Hay } BC = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20cm.$$

Xét ΔHBA và ΔABC có:

$$H = A = 90^\circ$$

B chung

nên $\Delta HBA \sim \Delta ABC$ ($g - g$)

Suy ra $\frac{AH}{AB} = \frac{AC}{BC}$ nên $AH = \frac{AC \cdot AB}{BC} = \frac{16 \cdot 12}{20} = 9,6 (cm)$

Đáp án: 9,6

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của $D = \frac{6}{-x^2 + 2x - 3}$ là

Phương pháp

Để biểu thức $D = \frac{k}{f(x)}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $f(x)$ phải đạt giá trị lớn nhất.

Tìm giá trị lớn nhất của $f(x)$ để tính giá trị nhỏ nhất của D.

Lời giải

Ta có: $-x^2 + 2x - 3 = -(x^2 - 2x + 3) = -(x-1)^2 - 2 \leq -2$

Để $D = \frac{6}{-x^2 + 2x - 3}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $-x^2 + 2x - 3$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $-x^2 + 2x - 3 = -(x^2 - 2x + 3) = -(x-1)^2 - 2 \leq -2$

Suy ra giá trị lớn nhất của $-x^2 + 2x - 3$ là -2.

Khi đó $\frac{6}{-x^2 + 2x - 3} \geq \frac{6}{-2} = -3$.

Dấu "=" xảy ra là giá trị nhỏ nhất của $D = \frac{6}{-x^2 + 2x - 3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của D là -3.

Đáp án: -3

Phần IV

Câu 1. (1 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + 4x + 4}{4 - x^2} + \frac{6x + 8}{x - 2}$ với $x \neq \pm 2$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 6$.

Phương pháp

a) Sử dụng quy tắc cộng phân thức khác mẫu để rút gọn P.

b) Kiểm tra xem $x = 6$ có thỏa mãn điều kiện xác định không.

Nếu thỏa mãn, thay $x = 6$ vào P.

Lời giải

a) Với $x \neq \pm 2$, ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{x^2 + 4x + 4}{4 - x^2} + \frac{6x + 8}{x - 2} \\
 &= \frac{(x + 2)^2}{(2 + x)(2 - x)} + \frac{6x + 8}{x - 2} \\
 &= \frac{x + 2}{2 - x} + \frac{6x + 8}{x - 2} \\
 &= \frac{-(x + 2)}{x - 2} + \frac{6x + 8}{x - 2} \\
 &= \frac{-x - 2 + 6x + 8}{x - 2} \\
 &= \frac{5x + 6}{x - 2}
 \end{aligned}$$

Vậy $P = \frac{5x + 6}{x - 2}$

b) Với $x = 6$ (TMĐK), thay vào biểu thức $P = \frac{5x + 6}{x - 2}$, ta được:

$$P = \frac{5 \cdot 6 + 6}{6 - 2} = \frac{30 + 6}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

Vậy $P = 9$ khi $x = 6$.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho $\triangle ABC$ có $AB = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $CD = 4\text{cm}$, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 10\text{cm}$. Kẻ đoạn thẳng MD .

- Chứng tỏ rằng $DM \parallel AB$.
- Chứng minh $\triangle BAC \sim \triangle MDC$.
- Xác định tỉ số giữa diện tích của tam giác MDC với diện tích tam giác ABC .

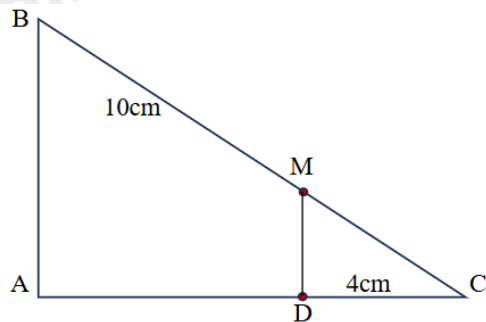
Phương pháp

a) Chứng minh $\frac{CM}{CB} = \frac{CD}{CA}$, ta được $DM \parallel AB$ (theo định lí Thalès đảo)

b) Áp dụng định lí tam giác đồng dạng: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác là song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

c) Áp dụng tỉ số diện tích tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng từ đó tính được $\frac{S_{\triangle MDC}}{S_{\triangle BAC}}$.

Lời giải



a) Vì M thuộc đoạn BC nên $BM + CM = BC$
suy ra $CM = BC - BM = 15 - 10 = 5$ (cm)

Ta có: $\frac{CM}{CB} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ và $\frac{CD}{CA} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ suy ra $\frac{CM}{CB} = \frac{CD}{CA}$ nên $DM \parallel AB$ (theo định lí Thalès đảo)

b) Vì $DM \parallel AB$ nên $\Delta BAC \sim \Delta MDC$ (định lí tam giác đồng dạng)

c) Vì $\Delta BAC \sim \Delta MDC$ nên $\frac{S_{\Delta MDC}}{S_{\Delta BAC}} = \frac{CD^2}{AC^2} = \left(\frac{CD}{AC}\right)^2 = \left(\frac{4}{12}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

Câu 3. (0,5 điểm) Cho các số $x, y, z \neq 0$ thỏa mãn $x + y + z = xyz$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$B = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}.$$

Phương pháp

Từ giả thiết $x + y + z = xyz$ suy ra $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$.

Biến đổi B thành biểu thức chứa $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

Khi đó thay số ta tính được B.

Lời giải

Do $x, y, z \neq 0$ và $x + y + z = xyz$ nên ta có:

$$x + y + z = xyz$$

$$\frac{x + y + z}{xyz} = 1$$

$$\frac{x}{xyz} + \frac{y}{xyz} + \frac{z}{xyz} = 1$$

$$\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$$

Xét biểu thức:

$$B = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right)$$

$$\text{Khi đó: } B = 3^2 - 2 \cdot 1 = 9 - 2 = 7.$$

$$\text{Vậy } B = 7.$$