ĐỀ THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT – Đề số 9

Môn: Toán học

Chương trình GDPT 2018

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập lý thuyết chương trình Toán THPT.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải chương trình Toán THPT.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm)

1) A	**2)** A	**3)** D	**4)** C	**5)** C	**6)** C
7) C	**8)** A	**9)** A	**10)** D	**11)** A	**12)** B

Câu 1. Trong không gian Oxyz, cho điểm A(2;3;1) và vecto $\vec{n}=(1;2;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và nhận vecto $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến.

A. $x+2y-3z-5=0$

B. $x+2y-3z+7=0$

C. $2x+4y-6z+5=0$

D. $x+5y-6z+5=0$

Phương pháp giải:

Phương trình mặt phẳng qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;c)$ là:

$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$.

Lời giải chi tiết:

Phương trình mặt phẳng qua A(2;3;1) và có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-3)$ là:

$1(x-2)+2(y-3)-3(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z-5=0$.

Đáp án A.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=e^{2x-3}$.

A. $f'(x)=2.e^{2x-3}$

B. $f'(x) = -2.e^{2x-3}$

C. $f'(x) = 2.e^{x-3}$

D. $f'(x) = e^{2x-3}$

Phương pháp giải:

Áp dụng quy tắc đạo hàm của hàm hợp: $\left(e^u\right)' = u'e^u$.

Lời giải chi tiết:

$f'(x) = (2x-3)'e^{2x-3} = 2e^{2x-3}$.

Đáp án A.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$ và $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 3$. Khi đó đồ thị có

A. Tiệm cận đứng x = 3

B. Một tiệm cận

C. Không tiệm cận

D. Hai tiệm cận y = 2; y = -2

Phương pháp giải:

$x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị y = f(x) khi thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty$.

$y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị y = f(x) khi thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$.

Lời giải chi tiết:

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang y = 2; y = -2.

Đáp án D.

Câu 4. Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2C_{20}^2$

B. $2A_{20}^2$

C. C_{20}^2

D. A_{20}^2

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính số tổ hợp.

Lời giải chi tiết:

Số tập con có hai phần tử của A là C_{20}^2.

Đáp án C.

Câu 5. Cho cấp số cộng với $u_3 = 8$, d = 2. Khi đó u_5 là

A. 6

B. 10

C. 12

D. 4

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải chi tiết:

Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow u_1 = 4 \Rightarrow u_5 = u_1 + 4d = 12$.

Đáp án C.

Câu 6. Một bệnh viện thống kê lại số cân nặng của 20 bé sơ sinh trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số bé	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39

B. 11,62

C. 0,1314

D. 0,36

Phương pháp giải:

Lập bảng tần số theo giá trị đại diện, tính số trung bình rồi tính phương sai.

Lời giải chi tiết:

Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Tần số	3	6	5	4	2

Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{3.2,85 + 6.3,15 + 5.3,45 + 4.3,75 + 2.4,05}{20} = 3,39$.

Phương sai: $s^2 = \dfrac{3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2}{20} - 3,39^2 = 0,1314$.

Đáp án C.

Câu 7. Phương trình $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x = 2^{x^2-5x+2}$ có nghiệm là

A. x = 2; x = 3

B. x = 1; x = 3

C. x = 1; x = 2

D. x = 1; x = -2

Phương pháp giải:

Đưa hai vế về cùng cơ số.

Lời giải chi tiết:

ĐKXĐ: $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 2^{x^2-5x+2} \Leftrightarrow 2^{-2x} = 2^{x^2-5x+2} \Leftrightarrow -2x = x^2 - 5x + 2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Đáp án C.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = 3a^3\sqrt{2}$

B. $V = a^3\sqrt{2}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức V = Bh tính thể tích khối lăng có diện tích đáy là B, chiều cao là h.

Lời giải chi tiết:

$V = Bh = a^2\sqrt{3}.a\sqrt{6} = 3a^3\sqrt{2}$.

Đáp án A.

Câu 9. Cho $\overrightarrow{AB} = (1;3;2)$. Tọa độ của $\vec{a} = 2\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;6;4)$

B. $(2;3;4)$

C. $(2;6;2)$

D. $(1;6;4)$

Phương pháp giải:

Áp dụng biểu thức tọa độ nhân vecto với một số: $\vec{u} = (a;b;c) \Rightarrow k\vec{u} = (ka;kb;kc)$.

Lời giải chi tiết:

$\vec{a} = 2\overrightarrow{AB} = (2.1;2.3;2.2) = (2;6;4)$.

Đáp án A.

Câu 10. Cho mẫu số liệu ghép nhóm của chiều cao của cây cao su trong một nông trường:

Mức giá	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Tần số	55	78	120	45	11

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $\frac{1121}{60}$

B. $\frac{75}{4}$

C. $\frac{1127}{60}$

D. $\frac{1123}{60}$

Phương pháp giải:

Tìm cỡ mẫu rồi áp dụng công thức tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $n = 55 + 78 + 120 + 45 + 11 = 309$.

Trung vị: $Q_2 = x_{155} \in [18; 22)$: $Q_2 = 18 + (22 - 18).\frac{\frac{309.2}{4} - 55 - 78}{120} = \frac{1123}{60}$.

Đáp án D.

Câu 11. Trong không gian (Oxyz), cho hai mặt phẳng (P): x – 2y – z + 1 = 0, (Q): x + y + 2z + 7 = 0. Tính góc giữa hai mặt phẳng đó.

A. 60^0

B. 45^0

C. 120^0

D. 30^0

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q): $\cos\alpha = \frac{|\vec{n}_P.\vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P|.|\vec{n}_Q|}$.

Lời giải chi tiết:

$\overrightarrow{n_P}(1; -2; -1)$ là một vecto pháp tuyến của (P).

$\overrightarrow{n_Q}(1; 1; 2)$ là một vecto pháp tuyến của (Q).

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) $\Rightarrow \cos\alpha = \frac{|\vec{n}_P.\vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P|.|\vec{n}_Q|} = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{6}.\sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^0$.

Đáp án A.

Câu 12. Trong không gian (Oxyz), cho mặt cầu có tâm I(1;2;4) và bán kính R = 5. Khi đó mặt cầu có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 5$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 25$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=5$

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=25$

Phương pháp giải:

Phương trình đường tròn tâm I(a;b;c) bán kính R = 5 là $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Lời giải chi tiết:

Mặt cầu có tâm I(1;2;4) và bán kính R = 5 có phương trình là:

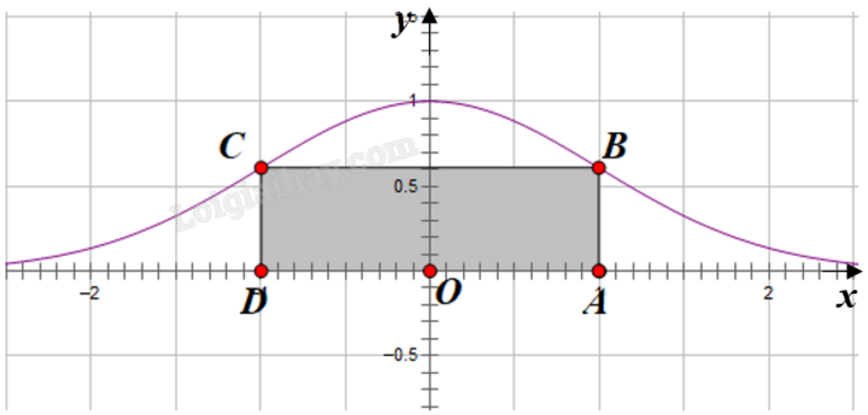
$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=5^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=25$.

Đáp án B.

Phần II: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm)

1) ĐSSĐ	**2)** ĐĐSS	**3)** ĐSĐS	**4)** ĐSĐS

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết ABCD là hình chữ nhật thay đổi sao cho hai điểm B, C luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho. Hai điểm A, D nằm trên trục hoành (điểm A thuộc tia Ox).

a) Hàm số $y=f(x)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y=f(x)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có đạo hàm là $y'=f'(x)=xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.

c) Khi điểm B có toạ độ $\left(x;e^{-\frac{1}{2}x^2}\right)$ với $x>0$ thì diện tích ABCD là $S(x)=xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.

d) Diện tích hình chữ nhật ABCD đạt giá trị lớn nhất khi AD = 2.

Phương pháp giải:

Tìm tập xác định, tính đạo hàm rồi lập bảng biến thiên, tìm giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Hàm số mũ $y=f(x)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

b) Sai. Hàm số $y=f\left(x\right)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$ có đạo hàm là $y'=\left(-\frac{1}{2}x^2\right)'e^{-\frac{1}{2}x^2}=-xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.

c) Sai. Khi điểm B có toạ độ $\left(x;e^{-\frac{1}{2}x^2}\right)$ với x > 0 thì cạnh AD = 2x, cạnh $AB=e^{-\frac{1}{2}x^2}$.

Diện tích hình chữ nhật ABCD được tính theo công thức $S\left(x\right)=2xe^{-\frac{1}{2}x^2}$.

d) Đúng. Xét hàm số $S\left(x\right)=2xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

$$S'\left(x\right)=2e^{-\frac{1}{2}x^2}-2x^2e^{-\frac{1}{2}x^2}=2e^{-\frac{1}{2}x^2}\left(1-x^2\right)=0\Leftrightarrow 1-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$	0	$\nearrow$	$2e^{-\frac{1}{2}}$	$\searrow$	0

Hàm số S(x) đạt giá trị lớn nhất khi x = 1. Khi đó AD = 2.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t(s) là a(t) = 2t – 7 $\left(m/s^2\right)$ Biết vận tốc ban đầu bằng 6 (m/s).

a) Phương trình vận tốc của chất điểm tại tời điểm t được xác định bởi công thức $v\left(t\right)=\int a\left(t\right)dt$.

b) Tại thời điểm t = 7 (s), vận tốc của chất điểm là 6 (m/s).

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1\le t\le 7$ là 18 m.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là t = 7 (s).

Phương pháp giải:

Ứng dụng nguyên hàm để tìm công thức tính vận tốc và độ dịch chuyển. Ứng dụng đạo hàm để tìm giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

a) Đúng. Phương trình vận tốc của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi công thức $v\left(t\right)=\int a\left(t\right)dt$.

b) Đúng. Ta có $v\left(t\right)=\int a\left(t\right)dt=\int\left(2t-7\right)dt=t^2-7t+C$.

$v\left(0\right)=6\Rightarrow C=6\Rightarrow v\left(t\right)=t^2-7t+6.$

Vậy $v\left(7\right)=7^2-7.7+6=6$ (m/s).

c) Sai. Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1\le t\le 7$ là:

$$S=\int_1^7 v\left(t\right)dt=\int_1^7\left(t^2-7t+6\right)dt=\left.\left(\frac{t^3}{3}-\frac{7t^2}{2}+6t\right)\right|_1^7=-18.$$

d) Sai. Vị trí của chất điểm so với vị trí ban đầu tại thời điểm t là

$$s(t)=\int v(t)dt=\int\left(t^2-7t+6\right)dt=\frac{t^3}{3}-\frac{7t^2}{2}+6t+C$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của s(t) với $t\in[0;8]$.

Do s'(t) = v (t) nên $s'(t)=0\Leftrightarrow v(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=6\end{array}\right.$.

Lại có $s(0)=C$, $s(1)=\frac{17}{6}+C$, $s(6)=-18+C$, $s(8)=-\frac{16}{3}+C$.

Vậy giá trị lớn nhất của s(t) với $t\in[0;8]$ đạt được khi t = 1.

Câu 3. Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2=14$.

b) Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $Q_3=11,5$.

c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26)
Số trận	4	8	2	6

d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2=8,25$.

Phương pháp giải:

a, b) Sắp xếp mẫu số liệu gốc theo thứ tự từ nhỏ đến lớn rồi tìm tứ phân vị.

c, d) Ghép nhóm mẫu số liệu rồi ước lượng tứ phân vị.

Lời giải chi tiết:

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

6; 8; 8; 10; 11; 11l 12; 13; 14; 14; 14; 15; 18. 21; 22; 23; 24; 25; 25.

a) Đúng. Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2=\frac{14+14}{2}=14$.

b) Sai. Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_3=\frac{21+22}{2}=21,5$.

c) Đúng. Ghép nhóm mẫu số liệu:

Điểm số	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26)
Số trận	4	8	2	6

d) Sai. Vì số trận là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Gọi $x_1;x_2;\ldots;x_{20}$ lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đấu xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1;\ldots;x_4 \in [5,5;10,5); x_5;\ldots;x_{12} \in [10,5;15,5); x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5); x_{15};\ldots;x_{20} \in [20,5;25,5)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1;\ldots;x_{20}$ là $\frac{1}{2}\left(x_{10}+x_{11}\right) \in [10,5;15,5)$.

Ta xác định được $n=20, n_m=8, C=4, u_m=10,5; u_{m+1}=15,5$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 10,5 + \dfrac{\frac{20}{2}-4}{8}(15,5-10,5) = 14,25$.

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật có cạnh AB = 2a, AD = a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD.

a) $SH \perp (ABCD)$.

b) Góc giữa SC và (ABCD) là góc SHC.

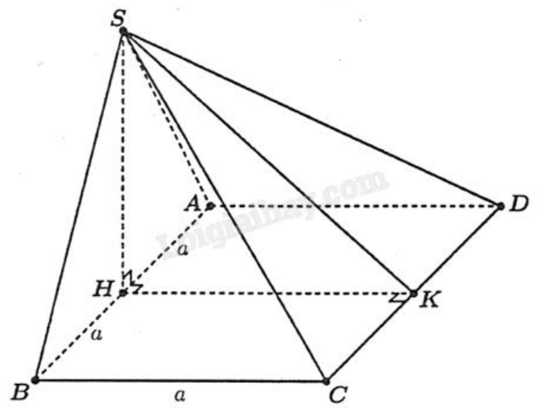
c) Góc phẳng nhị diện [S,AB,C] bằng 90°.

d) Góc phẳng nhị diện [S,CD,A] bằng 45°.

Phương pháp giải:

Áp dụng điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, quy tắc xác định góc nhị diện.

Lời giải chi tiết:



a) Đúng. Vì $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB, SH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

b) Sai. Hình chiếu của SC lên (ABCD) là HC nên góc SCH là góc giữa SC và (ABCD).

c) Đúng. Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên số đo của góc phẳng góc nhị diện [S,AB,C] bằng 90°.

d) Sai. Ta có: $CD \perp HK$ (3).

Mặt khác $SH \perp (ABCD)$ nên $CD \perp SH$.

Suy ra $CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra SKH là góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$.

Tam giác SAB đều cạnh 2a nên đường cao $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Mà HK = BC = a (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

Do đó $\tan \widehat{SKH} = \frac{SH}{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^o$.

Phần III: Trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm)

1) 9	**2)** 4	**3)** 5,025	**4)** 18,76	**5)** 362	**6)** 937

Câu 1. Cho hàm số $y = e^x\left(x^2 - 3\right)$, gọi $M = \frac{a}{e^b}$ $\left(a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}\right)$ là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn [-5;-2]. Tính giá trị của biểu thức P = a + b?

Phương pháp giải:

Ứng dụng đạo hàm để tìm giá trị lớn nhất.

Lời giải chi tiết:

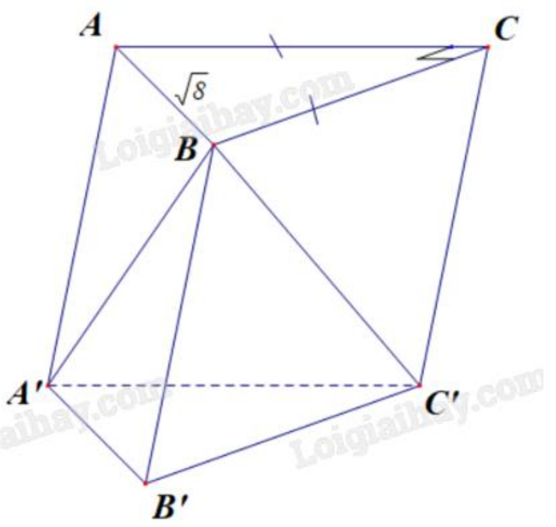
Ta có: $y' = e^x\left(x^2 - 3\right) + e^x.2x = e^x\left(x^2 + 2x - 3\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \in [-5;-2] \\ x = 1 \notin [-5;-2] \end{array}\right.$.

Ta có $y(-5) = \frac{22}{e^5}; y(-3) = \frac{6}{e^3}; y(-2) = \frac{1}{e^2}$.

Khi đó $\max\limits_{[-5;-2]} y = \frac{6}{e^3} \Rightarrow a = 6; b = 3 \Rightarrow a + b = 9$.

Đáp án: 9.

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' đáy là tam giác vuông cân có cạnh huyền $AB = \sqrt{8}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và B'C' bằng 3. Tính thể tích khối chóp B.ACC'A'.



Phương pháp giải:

$V = V_{B.A'B'C'} + V_{B.ACC'A'}$.

Lời giải chi tiết:

Vì ABC là tam giác vuông cân tại C nên $AC^2 + BC^2 = AB^2 \Leftrightarrow 2AC^2 = 8 \Leftrightarrow AC = BC = 2$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AC.BC = \frac{1}{2}.2.2 = 2$.

ABC.A'B'C' là hình lăng trụ nên (ABC) // (A'B'C'), do đó khoảng cách từ AB đến B'C' cũng là khoảng cách từ (ABC) đến (A'B'C'), hay chiều cao của lăng trụ bằng 3.

Thể tích lăng trụ là $V = S_{ABC}.h = 2.3 = 6$.

Mà $V = V_{B.A'B'C'} + V_{B.ACC'A'} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}V + V_{B.ACC'A'} \Leftrightarrow V_{B.ACC'A'} = \frac{2}{3}V = \frac{2}{3}.6 = 4$.

Đáp án: 4.

Câu 3. Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8m, rộng 6m và cao 4m có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa bức tường 8m và cách trần 1m, chiếc quạt B treo chính giữa bức tường 6m và cách trần 1,5m. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt AB cách nhau bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

Phương pháp giải:

Tìm tọa độ hai chiếc quạt dựa vào hệ trục đó rồi tính khoảng cách.

Công thức tính khoảng cách: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

Lời giải chi tiết:

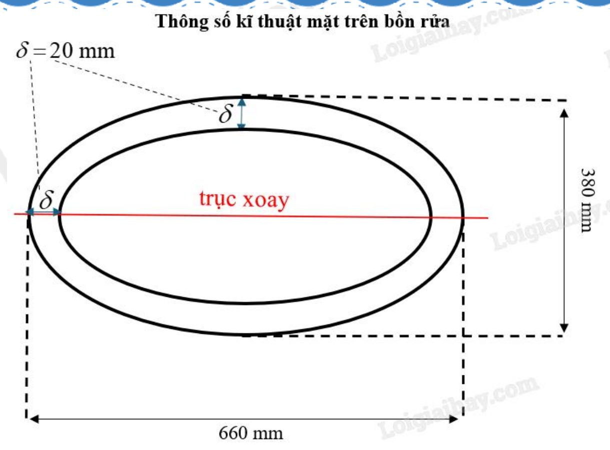
Ta có A(4;0;3) và điểm $B\left(0;3;\frac{5}{2}\right)$.

Khoảng cách giữa hai chiếc quạt là:

$$AB = \sqrt{(0-4)^2 + (3-0)^2 + \left(\frac{5}{2} - 3\right)^2} = \frac{\sqrt{101}}{2} \approx 5,025 \text{ (m)}.$$

Đáp án: 5,025.

Câu 4. Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất,... Một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi elip quay quanh một trục (hình minh họa). Thông số kĩ thuật mặt trên của bồn rửa: dài × rộng là 660×380mm, giả thiết bồn rửa có độ dày đồng đều δ là 20mm.

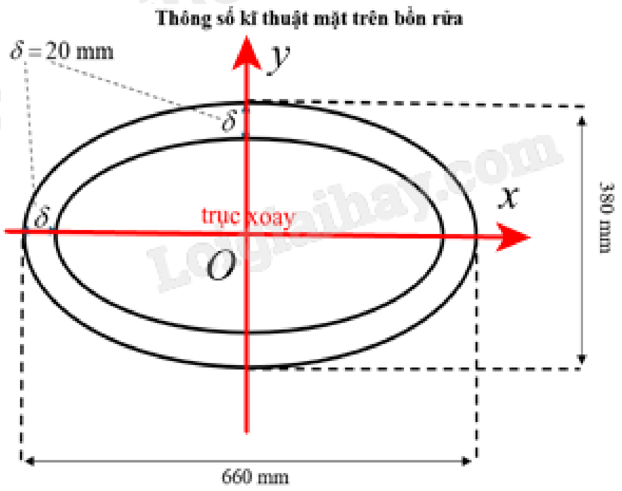


Thể tích chứa nước của bồn rửa bằng bao nhiêu decimet khối (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Phương pháp giải:

Đưa về tính tích phân thể tích.

Lời giải chi tiết:



Elip bên trong có trục lớn bằng 660 – 20.2 = 620 và trục bé bằng 380 – 20.2 = 340 có phương trình:

$$\frac{x^2}{310^2}+\frac{y^2}{170^2}=1 \Leftrightarrow y_1{}^2=170^2.\left(1-\frac{x^2}{310^2}\right).$$

Thể tích bồn chứa nước là:

$$V=\frac{1}{2}.\pi.\int_{-310}^{310}\left(170^2.\left(1-\frac{x^2}{310^2}\right)\right)dx=18763685mm^3=18,76dm^3.$$

Đáp án: 18,76.

Câu 5. Sự chuyển động của máy bay A được thể hiện trong không gian Oxyz như sau: Máy bay khởi hành từ B(0;0;2) chuyển động thẳng đều (tính theo phút) với vận tốc được biểu thị theo vecto $\vec{v}(1;4;5)$. Sau khi khởi hành được 30 phút, máy bay ở vị trí M(x;y;z). Tính P = 3x + y + z.

Phương pháp giải:

Lập hàm số biểu diễn thể tích khối chóp theo ẩn x. Tìm x để thể tích khối chóp lớn nhất bằng cách ứng dụng đạo hàm, từ đó tính diện tích phần bạt bị cắt.

Lời giải chi tiết:

Ta có $BM = |\vec{v}|.t \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \vec{v}.30 \Leftrightarrow (x; y; z-2) = (1.30; 4.30; 5.30) \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \\ z - 2 = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \\ z = 152 \end{cases}.$

Vậy P = 3.30 + 120 + 152 = 362.

Đáp án: 362.

Câu 6. Áo sơ mi G9 trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 95% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 92% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a + b.

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(B | A).P(A)$.

Lời giải chi tiết:

Gọi A là biến cố "qua được lần kiểm tra đầu tiên" $\Rightarrow P(A) = 0,95$.

Gọi B là biến cố "qua được lần kiểm tra thứ 2" $\Rightarrow P(B | A) = 0,92$.

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện A và B, do đó ta cần tính $P(A \cap B)$.

Ta có $P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B | A).P(A) = 0,95.0,92 = \frac{437}{500}$.

Suy ra a + b = 437 + 500 = 937.

Đáp án: 937.