ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 7

Môn: Toán - Lớp 11

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần I. Trắc nghiệm.

1.B	**2.D**	**3.C**	**4.D**	**5.C**	**6.B**	**7.D**
8.D	**9.A**	**10.D**	**11.D**	**12.D**	**13.C**	**14.B**
15.A	**16.D**	**17.A**	**18.C**	**19.A**	**20.D**	**21.D**
22.B	**23.B**	**24.B**	**25.A**	**26.B**	**27.D**	**28.B**
29.A	**30.A**	**31.D**	**32.B**	**33.C**	**34.A**	**35.C**

Câu 1 (TH): Tìm tập xác định D của hàm số $y = \ln\left(-x^2 - 3x + 4\right)$

A. $D = \left[-4;1\right]$. **B.** $D = \left(-4;1\right)$. **C.** $D = \left(-\infty;-4\right) \cup \left(1;+\infty\right)$. **D.** $D = \left(-1;4\right)$.

Phương pháp:

Hàm số $y = \ln\left(f\left(x\right)\right)$ xác định khi $f\left(x\right) > 0$

Lời giải:

Hàm số đã cho xác định khi $-x^2 - 3x + 4 > 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 1$

Chọn B

Chọn B.

Câu 2 (NB): Cho hai đường thẳng phân biệt $a;b$ và mặt phẳng $\left(P\right)$, trong đó $a \perp \left(P\right)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Nếu $b//(P)$ thì $b\perp a$

B. Nếu $b//a$ thì $b\perp(P)$.

C. Nếu $b\perp(P)$ thì $b//a$.

D. Nếu $b\perp a$ thì $b//(P)$

Phương pháp:

Dùng tính chất, quan hệ giữa vuông góc và song song:

Cho hai đường thẳng phân biệt $a;b$ và mặt phẳng (P), trong đó $a\perp(P)$. Khi đó:

Nếu $b//(P)$ thì $b\perp a$

Nếu $b//a$ thì $b\perp(P)$.

Nếu $b\perp(P)$ thì $b//a$.

Lời giải:

Cho hai đường thẳng phân biệt $a;b$ và mặt phẳng (P), trong đó $a\perp(P)$.

Mệnh đề: nếu $b\perp a$ thì $b//(P)$ là sai vì có thể b nằm trong (P).

Chọn D.

Câu 3 (TH): Nghiệm của phương trình $3^{x-2}=9$ là

A. $x=5$.

B. $x=-1$.

C. $x=4$.

D. $x=1$.

Phương pháp:

Giải phương trình

Lời giải:

Ta có: $3^{x-2}=9\Leftrightarrow x-2=2\Leftrightarrow x=4$

Chọn C.

Câu 4 (VD): Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(x^2-3x)\left[\log_2(x+25)-6\right]<0$?

A. Vô số.

B. 63.

C. 35.

D. 59.

Phương pháp:

Chia trường hợp giải bất phương trình

Lời giải:

$$(x^2-3x)\left[\log_2(x+25)-6\right]<0$$

TH1: $\begin{cases} x>-25 \\ x^2-3x>0 \\ \log_2(x+25)-6<0 \end{cases}\Leftrightarrow x\in(-25;0)\cup(3;39)$ có 59 giá trị x nguyên.

TH2: $\begin{cases} x>-25 \\ x^2-3x<0 \\ \log_2(x+25)-6>0 \end{cases}\Leftrightarrow VN$

Vậy có 59 giá trị x nguyên thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn D.

Câu 5 (TH): Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$ có tập nghiệm $S=(a;b)$. Giá trị của $b-a$ bằng

A. -1 . **B.** -2 . **C.** 1 . **D.** 2 .

Phương pháp:

$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$ nếu $a > 1$

$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$ nếu $0 < a < 1$

Lời giải:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x^2-x+1 < 2x-1 \Leftrightarrow x^2-3x+2<0 \Leftrightarrow 1<x<2$$

$\Rightarrow a=1; b=2 \Rightarrow b-a=1$

Chọn C.

Câu 6 (TH): Năm 2024 , một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 900.000 .000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán năm trước. Theo dự định đó, năm 2029 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 797.259.000 đồng. **B.** 813.529 .000 đồng. **C.** 830.131 .000 đồng. **D.** 810.000 .000 đồng.

Phương pháp:

Áp dụng công thức $T_1 = A - Ar$

Lời giải:

Ta có: $A = 900.000.000, r = \frac{2}{100}$

Năm 2025 giá xe niêm yết là: $T_1 = A - Ar$

Năm 2026 giá xe niêm yết là $T_2 = A - Ar - (A - Ar)r = A(1-r)^2$

Năm 2029 giá xe niêm yết là: $T_5 = T_4 - T_4 r = A(1-r)^3$

$$T_5 = 900.000.000\left(1-\frac{2}{100}\right)^5 \approx 813.529.000$$

Chọn B.

Câu 7 (NB): Đạo hàm của hàm số $y = 4\sqrt{x} - \frac{5}{x}$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{4}{\sqrt{x}} - 5$ **B.** $\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{5}{x^2}$ **C.** $\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x^2}$ **D.** $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{5}{x^2}$

Phương pháp:

Sử dụng bảng đạo hàm cơ bản.

Lời giải:

$y=4\sqrt{x}-\frac{5}{x}\Rightarrow y'=4.\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{5}{x^2}=\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{5}{x^2}$.

Chọn D.

Câu 8 (TH): Một hộp có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau:

P : "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2".

Q : "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4".

Khi đó biến cố $P\cap Q$ là

A. "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 8". **B.** "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 2 ".

C. "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 6". **D.** "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho 4”.

Phương pháp:

Theo định nghĩa, biến cố "Cả A và B đều xảy ra" được gọi là biến cố giao của A và B.

Lời giải:

Biến cố $P\cap Q$: "Số ghi trên thẻ được lấy là số chia hết cho cả 2 và 4", tức là chia hết cho 4.

Chọn D.

Câu 9 (NB): Cho A, B là hai biến cố độc lập cùng liên quan đến phép thử T, xác suất xảy ra biến cố A là $\frac{1}{2}$, xác suất xảy ra biến cố B là $\frac{1}{4}$. Xác suất để xảy ra biến cố A và B là:

A. $P(A.B)=\frac{1}{8}$ **B.** $P(A.B)=\frac{3}{4}$ **C.** $P(A.B)=\frac{1}{4}$ **D.** $P(A.B)=\frac{7}{8}$

Phương pháp:

A, B là hai biến cố độc lập thì $P(A.B)=P(A).P(B)$.

Lời giải:

Vì A, B là hai biến cố độc lập thì $P(A.B)=P(A).P(B)=\frac{1}{2}.\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$.

Chọn A.

Câu 10 (TH): Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ **D.** $d(B,CSD)=2d(O,CSD)$

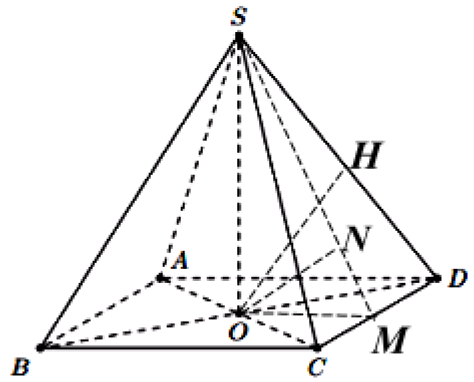
Lời giải:

Kẻ $OH\perp SD$

Ta có $AC\perp BD$ (tính chất hình vuông) và $AC\perp SO\Rightarrow AC\perp(SBD)\Rightarrow AC\perp OH$

$\Rightarrow OH$ là đường vuông góc chung của AC và SD

$\Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{30}}{10} \Rightarrow \dfrac{1}{SO^2} = \dfrac{1}{OH^2} - \dfrac{1}{OD^2} = \dfrac{4}{3} \Rightarrow SO = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$



Gọi M là trung điểm của CD, kẻ

$ON \perp SM \quad \Rightarrow d\left(O,CSD\right) = ON$

$\Rightarrow \dfrac{1}{ON^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OM^2} \Rightarrow ON = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a$

$\Rightarrow d\left(B,CSD\right) = 2d\left(O,CSD\right) = 2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}a = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

Chọn D.

Câu 11 (TH): Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Phương pháp:

- Tính chiều cao của khối chóp

- Tính thể tích

Lời giải:

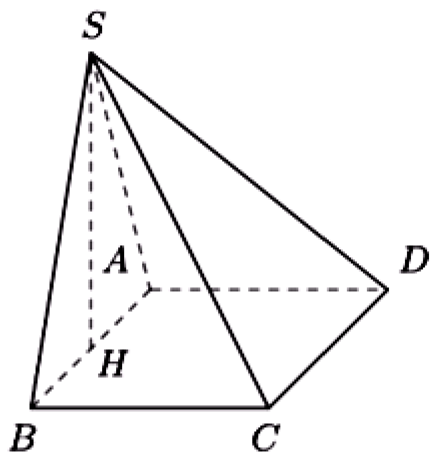
Gọi H là trung điểm của AB

Vì tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$ và $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Mà $\left(SAB\right) \perp \left(ABCD\right) \Rightarrow SH \perp \left(ABCD\right)$

Thể tích của khối chóp S.ABCD là

$V = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$



Chọn D.

Câu 12 (TH): Một vật rơi tự do theo phương trình $s = \dfrac{1}{2}gt^2\left(m\right)$, với $g = 9,8\left(m/s^2\right)$. Vận tốc tức thời tại thời điểm $t = 5\left(s\right)$ là:

A. $122,5\left(m/s\right)$ **B.** $29,5\left(m/s\right)$ **C.** $10\left(m/s\right)$ **D.** $49\left(m/s\right)$

Phương pháp:

Vận tốc tức thời tại thời điểm $t = t_0$ là: $v\left(t_0\right) = s'\left(t_0\right)$.

Lời giải:

Ta có: $s' = gt$.

Vận tốc tức thời tại thời điểm $t=5(s)$ là: $v(5)=s'(5)=5g=49\,(m/s)$.

Chọn D.

Câu 13 (TH): Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x-\frac{3}{2}$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x)=0$

A. $S=\{2\}$ **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{1;2\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Phương pháp:

$(x^n)'=nx^{n-1}$;

$(C)'=0$

$(kx^n)'=k.(x^n)'$

$(u\pm v)'=u'\pm v'$

Lời giải:

$f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x-\frac{3}{2}$

Suy ra:

$f'=\frac{1}{3}.3x^2-\frac{3}{2}.2x+2-0=x^2-3x+2$

$f'=0\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

Vậy $S=\{1;2\}$.

Chọn C.

Câu 14 (TH): Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-5x}$ bằng

A. $\frac{2x-5}{\sqrt{x^2-5x}}$. **B.** $\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}$. **C.** $-\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}$. **D.** $\frac{1}{2\sqrt{x^2-5x}}$.

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm hàm hợp: $(\sqrt{u})'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Lời giải:

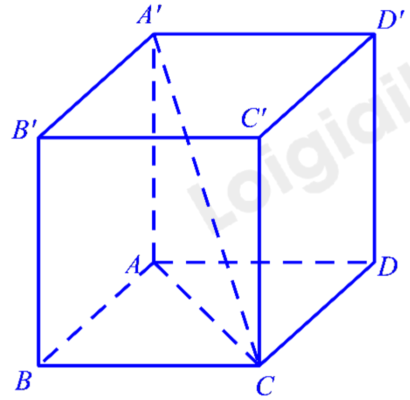
Ta có:

$f(x)=\sqrt{x^2-5x}$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{(x^2-5x)'}{2\sqrt{x^2-5x}}=\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}$.

Chọn B.

Câu 15 (TH): Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = BC = a, AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng A'C và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Phương pháp:

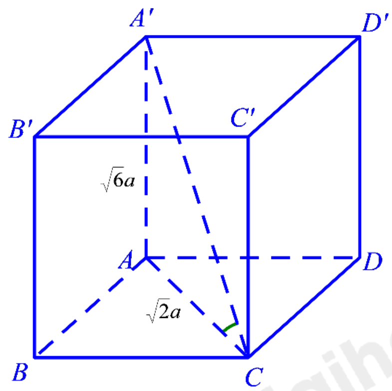
$(A'C,(ABCD)) = (A'C, AC) = A'CA$

Lời giải:

Ta có $(A'C,(ABCD)) = (A'C, AC) = A'CA$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $\Delta A'CA$ có $\tan A'CA = \dfrac{A'A}{AC} = \dfrac{\sqrt{6}a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{3} \Rightarrow A'CA = 60^\circ$.



Vậy góc A'C và mặt phẳng $(ABCD)$ và bằng $60°$.

Chọn A.

Câu 16 (TH): Cho A và B là 2 biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3$. Khi đó $P(A \cdot B)$ bằng

A. 0,58. **B.** 0,7. **C.** 0,1. **D.** 0,12.

Phương pháp:

A,B là hai biến cố độc lập nên: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Lời giải:

Do A và B là 2 biến cố độc lập với nhau nên $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0,12$

Chọn D.

Câu 17 (TH): Một cầu thủ sút bóng vào cầu môn. Xác suất sút thành công của cầu thủ đó là $\dfrac{3}{7}$. Xác suất để trong 2 lần sút, cầu thủ sút thành công ít nhất 1 lần là:

A. $\frac{33}{49}$ **B.** $\frac{12}{49}$ **C.** $\frac{27}{49}$ **D.** $\frac{16}{49}$

Phương pháp:

Sử dụng biến cố đối và phép nhân xác suất.

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "trong 2 lần sút, cầu thủ sút thành công ít nhất 1 lần"

$\Rightarrow$ Biến cố đối $\overline{A}$: "trong 2 lần sút, cầu thủ sút không thành công lần nào", tức là cả hai lần đều sút trượt, khi đó ta có $P\left(\overline{A}\right)=\frac{4}{7}.\frac{4}{7}=\frac{16}{49}$.

Vậy $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{16}{49}=\frac{33}{49}$.

Chọn A.

Câu 18 (TH): Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s\left(t\right)= -t^3+6t^2+t\left(m\right)$. Vận tốc lớn nhất của chuyển động trên là:

A. $23m/s$. **B.** $11m/s$. **C.** $13m/s$. **D.** $18m/s$.

Phương pháp:

Một vật chuyển động có phương trình quãng đường là $S=S\left(t\right)$ thì phương trình vận tốc của chuyển động là $V\left(t\right)=S'\left(t\right)$.

Lời giải:

$s\left(t\right)= -t^3+6t^2+t\left(m\right)$

Phương trình vận tốc của chuyển động là: $v\left(t\right)=S'\left(t\right)= -3t^2+12t+1\left(m/s\right)$

Ta có $v\left(t\right)=S'\left(t\right)= -3t^2+12t+1=-3\left(t-2\right)^2+13\le 13$.

Do đó, vận tốc lớn nhất của chuyển động là $13m/s$.

Chọn C.

Câu 19 (TH): Tính đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin^2 2x-\cos 3x$

A. $f'\left(x\right)=2\sin 4x+3\sin 3x$. **B.** $f'\left(x\right)=\sin 4x+3\sin 3x$.

C. $f'\left(x\right)=2\sin 2x+3\sin 3x$. **D.** $f'\left(x\right)=2\sin 4x-3\sin 3x$.

Phương pháp:

Áp dụng công thức đạo hàm hàm hợp:

$\left(u^n\right)'=n.u^{n-1}.u';\left(\sin u\right)'=u'.\cos u;\left(\cos u\right)'= -u'.\sin u$

Công thức nhân đôi $\sin 2x=2\sin x.\cos x$.

Lời giải:

$f\left(x\right)=\sin^2 2x-\cos3x$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=2\sin 2x.\left(\sin 2x\right)'+\sin 3x.\left(3x\right)'=4\sin 2x.\cos2x+\ 3\sin3x=2\sin4x\ +\ 3\sin3x$

Chọn A.

Câu 20 (TH): Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA=SC,SB=SD.$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $CD\perp AD$. **B.** $CD\perp(SBD)$. **C.** $AB\perp(SAC)$. **D.** $SO\perp(ABCD)$

Phương pháp:

Sử dụng tính chất: trong tam giác cân, đường trung tuyến đồng thời là đường cao.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD.

Chỉ ra SO vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau của mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

Lời giải:

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD.

Tam giác SBD cân tại S có SO là đường trung tuyến $\Rightarrow SO$ là đường cao $\Rightarrow SO\perp BD$

Tam giác SAC cân tại S có SO là đường trung tuyến $\Rightarrow SO$ là đường cao $\Rightarrow SO\perp AC$

Suy ra $SO\perp\left(ABCD\right)$

Chọn D.

Câu 21 (TH): Cho $f(x)=3x^2$; $g(x)=5(3x-x^2)$. Bất phương trình $f'\left(x\right)>g'\left(x\right)$ có tập nghiệm là

A. $\left(-\dfrac{15}{16};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{15}{16}\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{15}{16}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{15}{16};+\infty\right)$.

Phương pháp:

- Tính đạo hàm của các hàm số, sử dụng công thức $\left(x^n\right)'=n.x^{n-1}$.

- Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn: $ax+b>0\Leftrightarrow x>\ -\dfrac{b}{a}\ \left(a\ne 0\right)$.

Lời giải:

Ta có:

$$f'\left(x\right)=6x$$
$$g'\left(x\right)=5.\left(3-2x\right)=15-10x$$

Khi đó ta có:

$$f'\left(x\right)>g'\left(x\right)$$
$$\Leftrightarrow 6x>15-10x$$
$$\Leftrightarrow 16x>15$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{15}{16}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{15}{16};+\infty\right)$.

Chọn D.

Câu 22 (VD): Ba người cùng bắn vào một bia một cách độc lập. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,5;0,6; và 0,8 . Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích là

A. 0,24. **B.** 0,46. **C.** 0,92. **D.** 0,96.

Phương pháp:

Chia ra ba trường hợp.

Lời giải:

Từ giả thiết suy ra xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn không trúng đích lần lượt là 0,5;0,4; và 0,2.

Để có đúng 2 người bắn trúng đích thì có các trường hợp sau

Trường hợp 1. Người thứ nhất bắn trúng; Người thứ hai bắn trúng; Người thứ ba bắn không trúng.

Kết quả: $0,5\times 0,6\times 0,2$.

Trường hợp 2. Người thứ nhất bắn trúng; Người thứ hai bắn không trúng; Người thứ ba bắn trúng.

Kết quả: $0,5\times 0,4\times 0,8$.

Trường hợp 3. Người thứ nhất không bắn trúng; Người thứ hai bắn trúng; Người thứ ba bắn trúng.

Kết quả: $0,5\times 0,6\times 0,8$.

Vậy xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích là

$(0,5\times 0,6\times 0,2)+(0,5\times 0,4\times 0,8)+(0,5\times 0,6\times 0,8)=0,46$.

Chọn B.

Câu 23 (TH): Cho A,B là hai biến cố. Biết $\mathrm{P}=\frac{1}{2},\mathrm{P}(B)=\frac{3}{4};\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$. Biến cố $A\cup B$ là biến cố

A. Có xác suất bằng $\frac{1}{4}$. **B.** Chắc chắn. **C.** Không xảy ra. **D.** Có xác suất bằng $\frac{1}{8}$.

Phương pháp:

A,B là hai biến cố bất kỳ ta luôn có: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

Lời giải:

A,B là hai biến cố bất kỳ ta luôn có: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=1$

Vậy $A\cup B$ là biến cố chắc chắn.

Chọn B.

Câu 24 (TH): Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a và thể tích khối chóp $\frac{a^3}{4}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC).

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** a. **D.** 3a.

Phương pháp:

Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) là $d = \dfrac{3V}{S}$

Lời giải:

Diện tích tam giác ABC là $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) là $d = \dfrac{3V}{S_{ABC}} = \dfrac{3.\dfrac{a^3}{4}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}$

Chọn B.

Câu 25 (VD): Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ cạnh a. I là trung điểm CD'. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Phương pháp:

Đưa về khoảng cách từ C’ đến (BDD’B’)

Lời giải:

$ID = \dfrac{1}{2}C'D \Rightarrow d\left(I;\left(BDD'B'\right)\right) = \dfrac{1}{2}d\left(C';\left(BDD'B'\right)\right)$

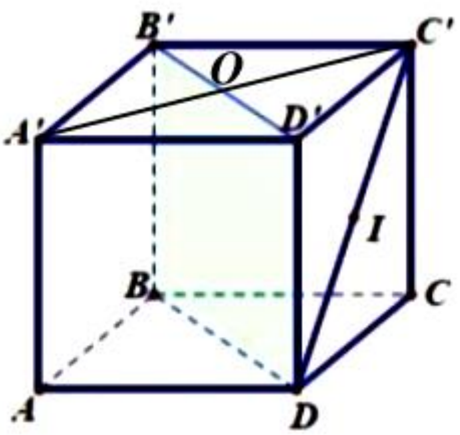
$DD' \perp \left(A'B'C'D'\right) \Rightarrow DD' \perp A'C'$

Mà $A'C' \perp B'D' \Rightarrow A'C' \perp \left(BDD'B'\right)$

$\Rightarrow d\left(C';\left(BDD'B'\right)\right) = C'O$

$C'O = \dfrac{1}{2}A'C' = \dfrac{1}{2}\sqrt{2a^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow d\left(I;\left(BDD'B'\right)\right) = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$



Chọn A.

Câu 26 (TH): Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + x$, biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $y = -\dfrac{1}{5}x + 2$.

A. $y = -5x + 2$ **B.** $y = 5x - 3$ **C.** $y = 3x - 5$ **D.** $y = 5x$

Phương pháp:

- Hai đường thẳng vuông góc khi và chỉ khi tích hệ số góc của chúng bằng -1.

- Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là

$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

Lời giải:

Ta có $y' = 4x^3 + 1$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là $k = 4x_0^3 + 1$.

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{5}x + 2$ nên $k\left(-\frac{1}{5}\right) = -1 \Leftrightarrow k = 5$.

$\Rightarrow 4x_0^3 + 1 = 5 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 5(x-1) + 2 = 5x - 3$.

Chọn B.

Câu 27 (VD): Cho khối hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng $30°$. Tính độ dài cạnh AA'

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Phương pháp:

Xác định góc giữa hai mặt phẳng tạo thành.

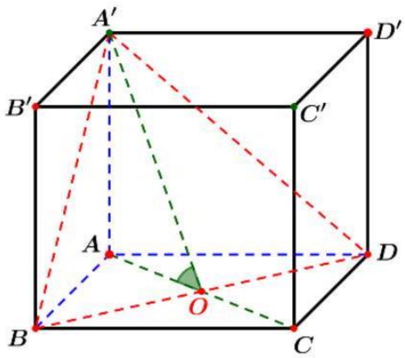
Lời giải:

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AO \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AO) \Rightarrow BD \perp A'O$.

Khi đó: $\begin{cases} (A'BD) \cap (ABD) = BD \\ A'O \perp BD \\ AO \perp BD \end{cases} \Rightarrow [A', BD, A] = \angle A'OA = 30^\circ$.

Xét vuông tại A, ta có: $\tan A'OA = \frac{AA'}{AO} \Rightarrow AA' = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot a = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn D.

Câu 28 (TH): Kim tự tháp Kê - ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao là 147m, cạnh đáy là 230m. Thể tích của nó là

A. $2952100m^3$. **B.** $2592100m^3$. **C.** $2591200m^3$. **D.** $2529100m^3$.

Phương pháp:

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Sh$

Lời giải:

Thể tích của kim tự tháp là $V = \frac{1}{3}.230^2.147 = 2592100(m^3)$

Chọn B.

Câu 29 (VD): Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, góc giữa A'C với mặt đáy $\left(ABC\right)$ bằng $45°$ và $AA' = 4$. Gọi M là trung điểm của CC'. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Phương pháp:

- Dựng góc giữa A'C với mặt đáy $\left(ABC\right)$ bằng 45^0

- $d\left(M,\left(A'BC\right)\right) = \frac{1}{2}d\left(C',\left(A'BC\right)\right) = \frac{1}{2}d\left(A,\left(A'BC\right)\right)$

- Tính $d\left(A,\left(A'BC\right)\right)$

Lời giải:

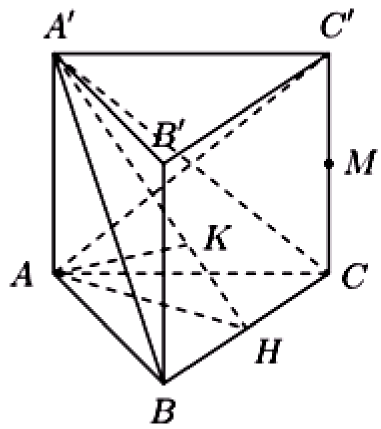
Ta có: $d\left(M,\left(A'BC\right)\right) = \frac{1}{2}d\left(C',\left(A'BC\right)\right) = \frac{1}{2}d\left(A,\left(A'BC\right)\right)$

Gọi H là trung điểm của BC

Vì ΔABC vuông cân tại A nên $AH \perp BC$

Mà $AA' \perp BC \Rightarrow \left(A'AH\right) \perp BC \Rightarrow \left(A'AH\right) \perp \left(A'BC\right)$

Kẻ $AK \perp A'H\ \left(K \in A'H\right)$



Khi đó $AK \perp \left(A'BC\right) \Rightarrow d\left(A,\left(A'BC\right)\right) = AK$

Ta có: $\left(A'C,\left(ABC\right)\right) = \left(A'C, AC\right) = A'CA$

Theo giả thiết $\angle A'CA = 45° \Rightarrow A'AC$ vuông cân tại A

Do đó $AC = AA' = 4$

Khi đó $BC = AC\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{4.4}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

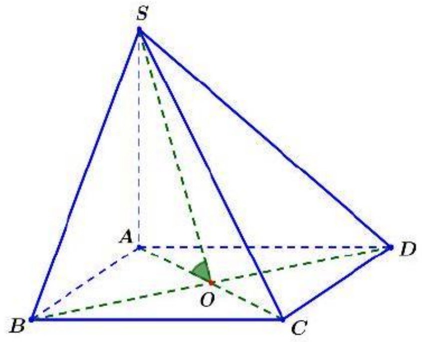
Xét $\Delta A'AH$ có $AK \perp A'H$: $AK = \frac{AA'.AH}{\sqrt{AA'^2 + AH^2}} = \frac{4.2\sqrt{2}}{\sqrt{16+8}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow d\left(M,\left(A'BC\right)\right) = \frac{1}{2}d\left(A,\left(A'BC\right)\right) = \frac{1}{2}.\frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Chọn A.

Câu 30 (VD): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a,SA vuông góc với mặt đáy và $SA=\frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó số đo của góc phẳng nhị diện $[S,BD,A]$ là



A. 30°.
B. 75°.
C. 60°.
D. 45°.

Phương pháp:

Xác định góc giữa hai mặt phẳng tạo thành.

Lời giải:

Gọi O là tâm của hình vuông ABCD.

Ta có: $\begin{cases} BD\perp AO \\ BD\perp SA \end{cases}\Rightarrow BD\perp (SAO)\Rightarrow BD\perp OA$.

Khi đó: $\begin{cases} (SBD)\cap(ABD)=BD \\ OA\perp BD \\ SO\perp BD \end{cases}\Rightarrow [S,BD,A]=SOA$.

Xét vuông tại A, ta có: $\tan SOA=\frac{SA}{OA}=\frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SOA=30^\circ$

Vậy góc phẳng nhị diện $[S,BD,A]$ bằng 30°.

Chọn A.

Câu 31 (TH): Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x-4.3^x+3=0$ bằng

A. -4.
B. 4.
C. 3.
D. 1.

Phương pháp:

Giải phương trình bậc hai đối với hàm số mũ.

Lời giải:

Ta có:

$$9^x-4.3^x+3=0\Leftrightarrow (3^x)^2-4.3^x+3=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=1 \\ 3^x=3 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $0+1=1$.

Chọn D.

Câu 32 (VD): Trong một lớp 10 có 50 học sinh. Khi đăng ký cho học phụ đạo thì có 38 học sinh đăng ký học Toán, 30 học sinh đăng ký học Lý, 25 học sinh đăng ký học cả Toán và Lý. Nếu chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp đó thì xác suất để em này không đăng ký học phụ đạo môn nào cả là bao nhiêu

A. 0,07. **B.** 0,14. **C.** 0,43. **D.** Kết quả khác.

Phương pháp:

Hai biến cố A, B bất kì ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Lời giải:

Gọi A là biến cố "học sinh đăng ký Toán"

Gọi B là biến cố "học sinh đăng ký Lý"

$A \cap B$ "học sinh đăng ký Toán, Lý"

$A \cup B$ là biến cố "học sinh có đăng ký học phụ đạo"

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{38}{50} + \frac{30}{50} - \frac{25}{50} = \frac{43}{50}$$

$\overline{A \cup B}$ là biến cố "học sinh không đăng ký môn nào cả"

$$P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P(A \cup B) = \frac{8}{50} = 0,14$$

Chọn B.

Câu 33 (TH): Cho khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $A'A = A'B = A'C = a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) bằng $30°$, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ **C.** $\frac{3a^3}{8}$ **D.** $\frac{a^3}{8}$

Phương pháp:

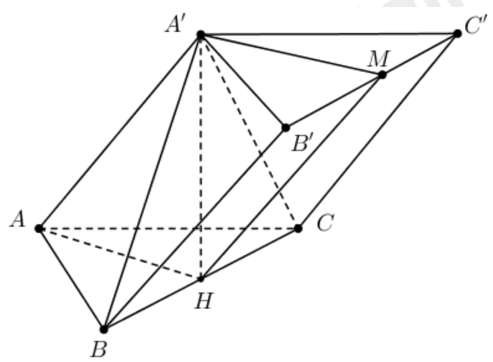
Gọi H là trung điểm BC, M là trung điểm của B’C’

$\Rightarrow A'H \perp (ABC)$ và $A'MH = 30°$ từ đó tìm BC, AH và tính thể tích lăng trụ.

Lời giải:

Do $A'A = A'B = A'C = a$ nên hình chiếu của A’ xuống (ABC) là trọng tâm của ΔABC

Gọi H là trung điểm BC, M là trung điểm của B’C’



$\Rightarrow AH \perp (ABC)$

Do $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp HM$

$\Rightarrow ((ABC),(BCC'B')) = ((A'B'C'),(BCC'B')) = A'MH = 30°$

$\Rightarrow A'H = HM.\sin 30° = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow A'M = \frac{A'H}{\tan 30°} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = 2A'M = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow V = A'H.\frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{8}$

Chọn C.

Câu 34 (TH): Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(4x-9) > \log_{\frac{1}{3}}(x+10)$

A. 4.　　**B.** 5.　　**C.** 0.　　**D.** Vô số.

Phương pháp:

$\log_{\frac{1}{3}}(4x-9) > \log_{\frac{1}{3}}(x+10) \Leftrightarrow 4x-9 < x+10$

Chú ý về điều kiện xác định của bất phương trình logarit

Lời giải:

$\log_{\frac{1}{3}}(4x-9) > \log_{\frac{1}{3}}(x+10)$　　Đk: $x > \dfrac{9}{4}$

$\Leftrightarrow 4x-9 < x+10$

$\Leftrightarrow 3x < 19$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{19}{3}$

Kết hợp với ĐK ta được $\dfrac{9}{4} < x < \dfrac{19}{3}$

Mà x nguyên nên $x \in \{3,4,5,6\}$

Vậy có tất cả 4 nghiệm nguyên x của bất phương trình

Chọn A.

Câu 35 (VDC): Tìm m để hàm số $y = \dfrac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$ có $y' \le 0\ \forall x \in R$

A. $m \le \sqrt{2}$　　**B.** $m \le 2$　　**C.** $m \le 0$　　**D.** $m < 0$

Phương pháp:

Tính đạo hàm của hàm số.

Giải bpt $y' \le 0\ \forall x \in R$

Lời giải:

$$y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$$
$$\Rightarrow y' = mx^2 - 2mx + 3m - 1$$
$$y' \le 0\ \forall x \in R \Rightarrow mx^2 - 2mx + 3m - 1 \le 0\ \forall x \in R$$

TH1: m = 0, khi đó $BPT \Leftrightarrow -1 \le 0$, đúng $\forall x \in R$

TH2:

$$m \ne 0 \Leftrightarrow y' \le 0\ \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = m^2 - m(3m-1) \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -2m^2 + m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Kết hợp cả 2 trường hợp ta có $m \le 0$ là những giá trị cần tìm.

Chọn C.

Phần II. Tự luận.

Câu 36 (VD): Ba người cùng bắn vào một bia một cách độc lập. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thử ba bắn trúng đích lần lượt là 0,5 ; 0,6 và 0,8 . Xác suất để có ít nhất 2 người bắn trúng đích là bao nhiêu?

Phương pháp:

Chia trường hợp và tính xác suất.

Lời giải:

Từ giả thiết suy ra xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn không trúng đích lần lượt là 0,5;0,4 và 0,2.

Để có ít nhất 2 người bắn trúng đích thì có các trường hợp sau

TH1: Người thứ nhất và người thứ hai bắn trúng, người thứ ba bắn không trúng có xác suất là: $0,5 \times 0,6 \times 0,2 = 0,06$.

TH2: Người thứ nhất và người thứ ba bắn trúng, người thứ hai bắn không trúng có xác suất là: $0,5 \times 0,8 \times 0,4 = 0,16$.

TH3: Người thứ hai và thứ ba bắn trúng, người thứ nhất bắn không trúng có xác suất là: $0,5 \times 0,6 \times 0,8 = 0,24$

TH4: Cả ba người đều trúng đích: $0,5 \times 0,6 \times 0,8 = 0,24$.

Vậy xác suất để có ít nhất 2 người bắn trúng đích là: $0,06 + 0,24 + 0,16 + 0,24 = 0,7$.

Câu 37 (TH): Cho đồ thị $(C): y = \dfrac{2x-1}{x+4}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 5$.

Phương pháp:

Tìm tập xác định.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của (C) và tiếp tuyến, tính $f'(x_o)$

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 5$ nên $f'(x_0) = 9$ nên ta tìm được các giá trị x_o.

Lời giải:

TXĐ: $D = R \setminus \{-4\}, y' = \dfrac{9}{(x+4)^2}$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của (C) và tiếp tuyến.

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 5$ nên $f'(x_0) = 9$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{(x_0+4)^2} = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -3 \\ x_0 = -5 \end{array}\right.$$

$x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -7 \Rightarrow pttt: y = 9x + 20$

$x_0 = -5 \Rightarrow y_0 = 11 \Rightarrow pttt: y = 9x + 56$

Câu 38 (VDC): Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh 2a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$.

a) Chứng minh $(SAB) \perp (SBC)$, $(SAC) \perp (SBD)$.

b) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB).

c) Tính góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$.

d) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SBD).

Phương pháp:

a) $\begin{cases} d \perp (P) \\ (Q) \supset d \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (Q)$.

b) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đó.

c) Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến.

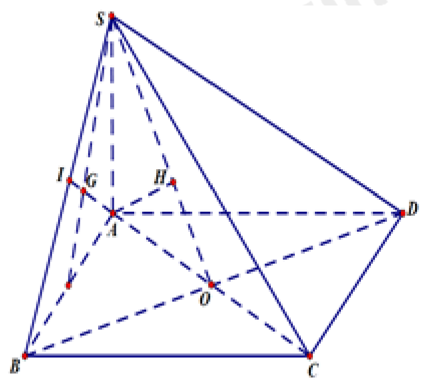
d) Sử dụng phương pháp đổi đỉnh.

Lời giải:

a) Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB\,(gt) \\ BC \perp SA\,(SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

$\begin{cases} BD \perp SA\,(SA \perp (ABCD)) \\ BD \perp AC\,(gt) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$.

b) Ta có $BC \perp (SAB)(cmt) \Rightarrow (SC;(SAB)) = (SC;SB) = CSB$.



Trong tam giác SBC vuông tại B ta có :

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{12a^2 + 4a^2} = 4a$

$BC = 2a \Rightarrow \tan CSB = \frac{BC}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow CSB \approx 26°34'$

Vậy $(SC;(SAB)) \approx 26°34'$.

c) Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có: $BD \perp (SAC)(cmt) \Rightarrow BD \perp SO$.

$\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ (SBD) \supset SO \perp BD \\ (ABCD) \supset AO \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((SBD);(ABCD)) = (SO;AO) = SOA$.

ABCD là hình vuông cạnh $2a \Rightarrow AC = BD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{1}{2}AC = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAO ta có :

$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{12a^2 + 2a^2} = a\sqrt{14}$.

$\Rightarrow \tan SOA = \frac{SA}{AO} = \frac{a\sqrt{14}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{7} \Rightarrow SOA \approx 69°18'$.

Vậy $\left((SBD);(ABCD)\right) \approx 69°18'$.

d) Trong (SAO) kẻ $AH \perp SO\,(H \in SO)$.

Ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AH$.

$$\begin{cases} AH \perp BD \\ AH \perp SO \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d\left(A;(SBD)\right) = AH.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SOA ta có:

$$AH = \frac{SA.AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{2a\sqrt{3}.a\sqrt{2}}{\sqrt{12a^2 + 2a^2}} = \frac{2\sqrt{21}a}{7}.$$

Vậy $d\left(A;(SBD)\right) = \frac{2\sqrt{21}a}{7}$.

Trong (SAB), gọi $I = AG \cap SB$ ta có: $AG \cap (SBD) = I$.

$$\Rightarrow \frac{d\left(G;(SBD)\right)}{d\left(A;(SBD)\right)} = \frac{GI}{AI} = \frac{1}{3} \Rightarrow d\left(G;(SBD)\right) = \frac{1}{3}d\left(A;(SBD)\right) = \frac{2\sqrt{21}a}{21}.$$