ĐỀ THI HỌC KÌ II – Đề số 8

Môn: Toán - Lớp 11

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức học kì 2 của chương trình sách giáo khoa Toán 11.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức học kì 2 – chương trình Toán 11.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

1.A	2.A	3.A	4.B	5.A	6.B	7.A	8.B	9.A	10.A
11.A	12.B	13.A	14.A	15.A	16.C	17.B	18.C	19.B	20.C
21.C	22.A	23.B	24.C	25.A	26.C	27.B	28.D	29.C	30.B
31.B	32.C	33.D	34.D	35.A	36.D	37.A	38.B	39.A	40.C

Câu 1 (NB): Với b,c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \ge \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b \ge c$. **B.** $b \le c$. **C.** $b > c$. **D.** $b < c$.

Phương pháp:

$\log_a f(x) \ge \log_a g(x)$ $(*)$

Nếu $a > 1$ thì phương trình $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$

Nếu $0 < a < 1$ thì phương trình $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$

Chú ý: $\log_a f(x)$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ 0 < a \ne 1 \end{cases}$

Lời giải:

Ta có: $\log_5 b \ge \log_5 c \Leftrightarrow b \ge c$.

Chọn A.

Câu 2 (NB): Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là:

A. $y' = 2^x \ln 2$ **B.** $y' = 2^x$ **C.** $y' = \dfrac{2^x}{\ln 2}$ **D.** $y' = x2^{x-1}$

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm $\left(a^x\right)' = a^x \ln a$.

Lời giải:

$y' = \left(2^x\right)' = 2^x.\ln 2$

Chọn A.

Câu 3 (TH): Nghiệm của phương trình $2^x = 3$ là

A. $x = \log_2 3$. **B.** $x = \log_3 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Phương pháp:

Định nghĩa $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

Lời giải:

$2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3$

Chọn A.

Câu 4 (NB): Cho hình lăng trụ ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình vuông cạnh $a, AA' \perp (ABCD)$ và $AA' = 3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Phương pháp:

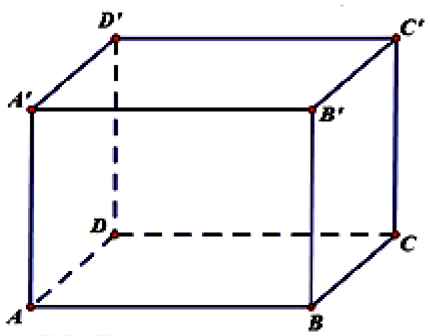
Thể tích khối trụ $V = h.B$

Lời giải:

Thể tích khối trụ $V_{ABCA'B'C'} = AA'.S_{ABCD} = 3a.a^2 = 3a^3$

Chọn B.

Câu 5 (TH): Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ).



Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$. Giá trị của $\sin\varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Phương pháp:

$\left(BDA'\right),(ABCD) = A'O, AO = A'OA$

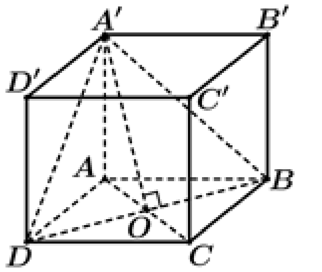
Lời giải:

Gọi $O = AC \cap BD$. Suy ra $AO \perp BD$. (1)

Ta chứng minh được $BD \perp A'O$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\left(BDA'\right),(ABCD) = A'O, AO = A'OA$.

Vậy $\sin\left(\left(BDA'\right),(ABCD)\right) = \sin A'OA = \frac{AA'}{A'O} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.



Chọn A.

Câu 6 (NB): Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là:

A. 4 **B.** 8 **C.** 6 **D.** -4

Phương pháp:

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là: $y = f'(x_0)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = 4x$.

Vậy hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là: $k = y'(2) = 4.2 = 8$

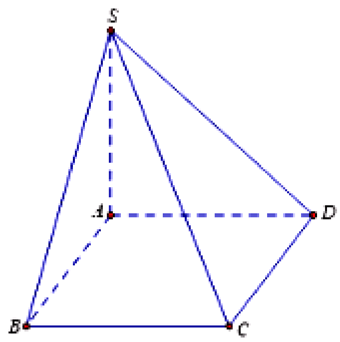
.

Chọn B.

Câu 7 (TH): Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a,SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

A. a. **B.** 2a. **C.** $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.



Phương pháp:

Đưa về khoảng cách từ 1 điểm đến một mặt phẳng.

Lời giải:

Vì $DC \parallel AB$ nên $d(SB;CD) = d(CD;(SAB)) = d(D;(SAB)) = AD = a$

Chọn A.

Câu 8 (TH): Có hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia là 0,8; người thứ hai bắn trúng bia là 0,6. Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là:

A. 0,95. **B.** 0,92. **C.** 0,48. **D.** 0.96.

Phương pháp:

Áp dụng công thức cộng và nhân xác suất.

Lời giải:

Xác suất để không có ai bắn trúng là: $(1-0,8)(1-0,6)=0,2.0,4=0,08$

Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là: $1-0,08=0,92$.

Chọn B.

Câu 9 (TH): Tính đạo hàm của hàm số sau $y=\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

A. $y'=\dfrac{2}{(x-2)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{-11}{(x-2)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{-5}{(x-2)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{10}{(x-2)^2}$.

Phương pháp:

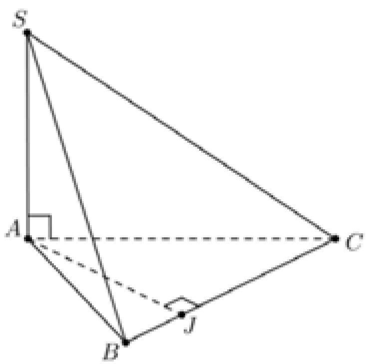
Sử dụng quy tắc tính đạo hàm.

Lời giải:

Ta có: $y'=\dfrac{-3(x-2)-(-3x+4)}{(x-2)^2}=\dfrac{2}{(x-2)^2}$

Chọn A.

Câu 10 (NB): Cho hình chóp $S.ABC,SA$ vuông góc với đáy, J là hình chiếu của A trên BC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

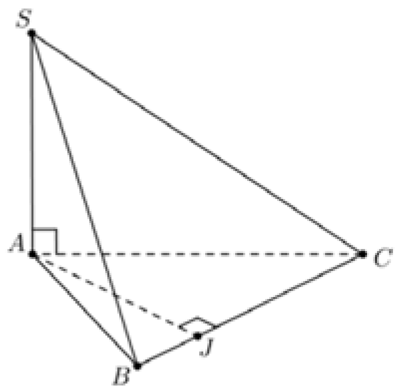


A. $BC\perp(SAJ)$. **B.** $AJ\perp SC$. **C.** $BC\perp(SAC)$. **D.** $BC\perp(SAB)$

Phương pháp:

+Muốn chứng minh một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng, ta chứng minh đường thẳng đó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng nằm trên mặt phẳng.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó sẽ vuông góc với tất cả các đường thẳng nằm trong mặt phẳng.



Lời giải:

Ta có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC\ (1)$.

Lại có $AJ\perp BC\ (2)$ (giả thiết)

Từ $(1);(2)\Rightarrow BC\perp(SAJ)$.

Chọn A.

Câu 11 (VD): Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

A. $\frac{601}{1080}$. **B.** $\frac{6}{11}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{61}{360}$.

Phương pháp:

Sử dụng xác suất có điều kiện.

Lời giải:

Lấy ngẫu nhiên một hộp.

Gọi C_1 là biến cố lấy được hộp I;

Gọi C_2 là biến cố lấy được hộp II;

Gọi C_3 là biến cố lấy được hộp III.

Suy ra $P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = \frac{1}{3}$.

Gọi C là biến cố "lấy ngẫu nhiên một hộp, trong hộp đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi và được bi màu đỏ".

Ta có: $C = (C \cap C_1) \cup (C \cap C_2) \cup (C \cap C_3)$

$\Rightarrow P(C) = P(C \cap C_1) + P(C \cap C_2) + P(C \cap C_3)$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{601}{1080}$.

Chọn A.

Câu 12 (TH): Tập nghiệm của bất phương trình $\log_7(5x-2) > \log_7(6-3x)$ là

A. $S = (1;+\infty)$. **B.** $S = (1;2)$. **C.** $S = (2;+\infty)$. **D.** $S = \left(\frac{2}{5};1\right)$.

Phương pháp:

Giải bất phương trình logarit cơ bản.

Lời giải:

$\log_7(5x-2) > \log_7(6-3x)$ điều kiện $\begin{cases} 5x-2>0 \\ 6-3x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < x < 2$

$\Leftrightarrow 5x-2 > 6-3x$

$\Leftrightarrow x > 1$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1;2)$.

Chọn B.

Câu 13 (TH): Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Phương pháp:

Đưa bpt về cùng cơ số

Lời giải:

$$5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < \left(5^{-2}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2$$

Vậy $S = (2;+\infty)$

Chọn A.

Câu 14 (TH): Hàm số $y = (1+x)\sqrt{1-x}$ có đạo hàm $y' = \frac{ax+b}{2\sqrt{1-x}}$. Tính $a+b$.

A. -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 1

Phương pháp:

Sử dụng quy tắc tính đạo hàm $(uv)' = u'v - uv'$.

Lời giải:

$$y' = \sqrt{1-x} + (1+x)\frac{-1}{2\sqrt{1-x}} = \frac{2(1-x)-1-x}{2\sqrt{1-x}} = \frac{1-3x}{2\sqrt{1-x}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a+b = -3+1 = -2$$

Chọn A.

Câu 15 (TH): Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2.6^x + m.4^x = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $0 < m < 1$. **B.** $m < -1$ hoặc $m > 1$. **C.** $m \le 1$. **D.** $m < 0$

Phương pháp:

Chia cả hai vế cho 9^x và đưa về pt bậc hai

Lời giải:

$9^x - 2.6^x + m.4^x = 0$ (1)

Chia cả hai vế cho 9^x ta được phương trình

$$1 - 2.\left(\frac{2}{3}\right)^x + m.\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = 0 \Leftrightarrow mt^2 - 2t + 1 = 0 \quad \text{với } t = \left(\frac{2}{3}\right)^x \quad (2)$$

Để (1) có 2 nghiệm trái dấu thì (2) có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $t_1 < 1 < t_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - m > 0 \\ \dfrac{1}{m} - \dfrac{2}{m} + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 1 \\ \dfrac{m-1}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1$$

Chọn A.

Câu 16 (TH): Hai xạ thủ tham gia thi đấu bắn súng, mỗi người bắn vào bia của mình một viên đạn một cách độc lập với nhau. Gọi A và B lần lượt là các biến cố "Người thứ nhất bắn trúng bia"; "Người thứ hai bắn trúng bia". Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai biến cố A và B bằng nhau.

B. Hai biến cố A và B đối nhau.

C. Hai biến cố A và B độc lập với nhau.

D. Hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

Phương pháp:

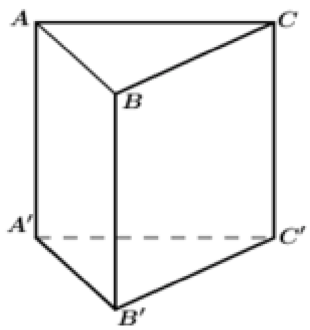
Biến cố A không ảnh hưởng đến việc xác suất xảy ra biến cố B và ngược lại, thì hai biến cố A và B độc lập với nhau.

Lời giải:

Do hai xạ thủ thi đấu một cách độc lập nên việc xảy ra biến cố A không ảnh hưởng đến việc xác suất xảy ra biến cố B và ngược lại, do đó hai biến cố A và B độc lập với nhau.

Chọn C.

Câu 17 (TH): Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng B'C và AB. Tính cosin của góc α.



A. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

B. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

C. $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

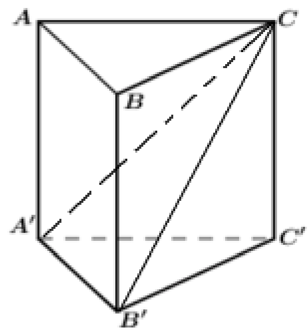
D. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Phương pháp:

- Sử dụng $a // a' \Rightarrow (a;b) = (a';b)$.

- Sử dụng định lí cosin trong tam giác.

Lời giải:



Ta có $AB//A'B'$ nên $(B'C;AB)=(B'C;A'B')$.

Ta có: $A'C=B'C=a\sqrt{2}$ (do $ACC'A', BCC'B'$ là các hình vuông cạnh a).

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác A'B'C ta có:

$$\cos A'B'C=\frac{A'B^2+B'C^2-A'C^2}{2A'B'.B'C}=\frac{a^2+2a^2-2a^2}{2a.a\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Vậy $\cos(B'C;AB)=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Chọn B.

Câu 18 (TH): Cho $(\cos 2x-\tan 3x)'=a\sin 2x+\frac{b}{\cos^2 3x}$. Tính $S=a-b$?

A. $S=-5$ **B.** $S=-1$ **C.** $S=1$ **D.** $S=5$

Phương pháp:

- Áp dụng công thức tính đạo hàm hàm lượng giác: $(\cos kx)'=-k\sin kx$, $(\tan kx)'=\frac{k}{\cos^2 kx}$.

- Đồng nhất hệ số tìm a, b và tính S.

Lời giải:

Ta có: $(\cos 2x-\tan 3x)'=-2\sin 2x-\frac{3}{\cos^2 3x}$.

$\Rightarrow a=-2, b=-3$.

Vậy $S=a-b=-2-(-3)=1$.

Chọn C.

Câu 19 (TH): Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình $s(t)=\frac{1}{12}t^4-t^3+6t^2+10t$, tròng đó $t>0$ tính bằng giây và $S(t)$ tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm $t=3s$ thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?

A. $18m/s$. **B.** $28m/s$. **C.** $13m/s$. **D.** $17\ m/s$.

Phương pháp:

Nếu quãng đường vật chuyển động có phương trình $S=S(t)$.

Khi đó, phương trình vận tốc của chuyển động là $v(t)=S'(t)$.

Lời giải:

Phương trình vận tốc của chuyển động là: $v(t)=s'(t)=\frac{1}{3}t^3-3t^2+12t+10$.

Do đó, tại thời điểm $t=3s$ thì vận tốc của vật là $v(3)=\frac{1}{3}.3^3-3.3^2+12.3+10=28\,(m/s)$

Chọn B.

Câu 20 (TH): Câu lạc bộ cờ vua của một trường THPT có 20 thành viên ở ba khối, trong đó khối 10 có 3 nam và 2 nữ, khối 11 có 4 nam và 4 nữ, khối 12 có 5 nam và 2 nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một thành viên của câu lạc bộ để tham gia thi đấu giao hữu. Xét các biến cố sau:

A : "Thành viên được chọn là học sinh khối 11";

B : "Thành viên được chọn là học sinh nam".

Khi đó biến cố $A\cup B$ là

A. "Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và là học sinh nam".

B. "Thành viên được chọn là học sinh khối 11 và không là học sinh nam".

C. "Thành viên được chọn là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam".

D. "Thành viên được chọn không là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam".

Phương pháp:

Theo định nghĩa, biến cố " A hoặc B xảy ra" được gọi là biến cố hợp của A và B.

Lời giải:

Biến cố $A\cup B$ bao gồm việc chọn thành viên là học sinh khối 11 hoặc là học sinh nam.

Chọn C.

Câu 21 (NB): Cho khối lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có thể tích là 4. Khối chóp $A'\cdot ABC$ có thể tích bằng

A. 4. **B.** 12. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Phương pháp:

Thể tích khối lăng trụ $V=Bh$.

Lời giải:

Cho khối lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có thể tích là 4. Khối chóp $A'\cdot ABC$ có thể tích bằng $\frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{4}{3}$

Chọn C.

Câu 22 (TH): Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 3 có dạng $ax+by-25=0$. Khi đó, tổng $a+b$ bằng:

A. 8. **B.** -10. **C.** -8. **D.** 10.

Phương pháp:

- Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=x_0$ là:

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

- Đồng nhất hệ số tìm a,b và tính tổng $a+b$.

Lời giải:

Ta có: $y'=3x^2-6x\Rightarrow y'(3)=9$ và $y(3)=2$.

Khi đó ta có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 3 là:

$y=9(x-3)+2 \Leftrightarrow y=9x-25 \Leftrightarrow 9x-y-25=0$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=-1 \end{cases}$. Vậy $a+b=9+(-1)=8$.

Chọn A.

Câu 23 (VD): Một hộp chứa 12 chiếc thẻ có kích thước như nhau, trong đó có 5 chiếc thẻ màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 chiếc thẻ màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 chiếc thẻ màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 chiếc thẻ từ hộp, tính xác suất để 2 chiếc thẻ được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\frac{29}{66}$. **B.** $\frac{37}{66}$. **C.** $\frac{8}{33}$. **D.** $\frac{14}{33}$.

Phương pháp:

Giả sử phép thử T có không gian mẫu $n(\Omega)$ là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng.

Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω A là một tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số , kí hiệu là P(A), được xác định bởi công thức :

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{sophantucuaA}{sophantucua\Omega}$$

Lời giải:

Không gian mẫu là số cách lấy tùy ý 2 chiếc thẻ từ 12 chiếc thẻ $\Rightarrow$ Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^2=66$.

Gọi A là biến cố: “2 chiếc thẻ lấy được vừa khác màu vừa khác số”.

TH1: 1 thẻ xanh + 1 thẻ đỏ không cùng số.

Chọn 1 thẻ đỏ có 4 cách, chọn 1 thẻ xanh có 4 cách (không chọn thẻ cùng số với thẻ đỏ).

$\Rightarrow$ Có $4.4=16$ cách.

TH2: 1 thẻ xanh + 1 thẻ vàng không cùng số.

Chọn 1 thẻ vàng có 3 cách, chọn 1 thẻ xanh có 4 cách (không chọn thẻ cùng số với thẻ vàng).

$\Rightarrow$ Có $3.4=12$ cách.

TH3: 1 thẻ đỏ + 1 thẻ vàng không cùng số.

Chọn 1 thẻ vàng có 3 cách, chọn 1 thẻ đỏ có 3 cách (không chọn thẻ cùng số với thẻ vàng).

$\Rightarrow$ Có $3.3=9$ cách.

$\Rightarrow n(A)=16+12+9=37$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{37}{66}$.

Chọn B.

Câu 24 (VD): Cho A,B là hai biến cố độc lập. Biết $P\left(A\right)=\frac{1}{4},P\left(A\cap B\right)=\frac{1}{9}$. Tính $P\left(B\right)$

A. $\frac{7}{36}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Phương pháp:

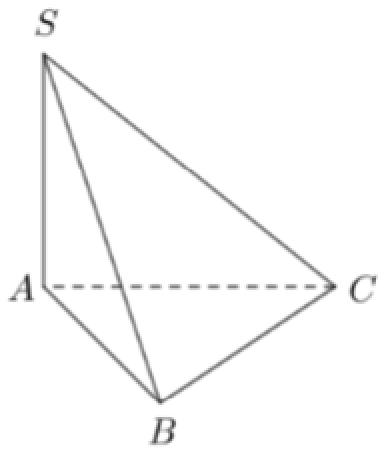
A,B là hai biến cố độc lập nên: $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right)\cdot P\left(B\right)$.

Lời giải:

A,B là hai biến cố độc lập nên: $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right)\cdot P\left(B\right)\Leftrightarrow \frac{1}{9}=\frac{1}{4}\cdot P\left(B\right)\Leftrightarrow P\left(B\right)=\frac{4}{9}$.

Chọn C.

Câu 25 (TH): Cho hình chóp S.ABC có $SA\perp\left(ABC\right), SA=AB=2a$, tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

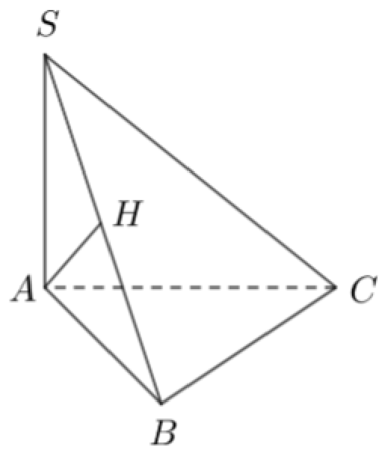


A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** 2a. **D.** $a\sqrt{3}$.

Phương pháp:

Kẻ $AH\perp SB\left(H\in SB\right)$. Chứng minh $AH\perp\left(SBC\right)$

Lời giải:



Kẻ $AH\perp SB\left(H\in SB\right)$

Ta có: $\left.\begin{array}{l}SA\perp BC\\AB\perp BC\end{array}\right\}\Rightarrow\left(SAB\right)\perp BC\Rightarrow\left(SAB\right)\perp\left(SBC\right)$

$\Rightarrow AH\perp\left(SBC\right)$

Ta có: $AH=\frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\frac{2a.2a}{\sqrt{4a^2+4a^2}}=a\sqrt{2}$

Chọn A.

Câu 26 (TH): Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S=-t^3+3t^2+9t$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

A. $11m/s.$ **B.** $6m/s.$ **C.** $12m/s.$ **D.** $0m/s.$

Phương pháp:

- Tìm $v = s'(t)$, $a = v'(t) = s''(t)$.

- Giải phương trình $a(t) = 0$ tìm thời điểm gia tốc triệt tiêu.

- Thay t vừa tìm được tính giá trị vận tốc tại đó.

Lời giải:

Ta có

$$v(t) = S'(t) = -3t^2 + 6t + 9$$
$$a(t) = v'(t) = -6t + 6$$

Thời điểm gia tốc triệt tiêu thỏa mãn $a(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy vận tốc tại thời điểm gia tốc triệt tiêu là $v(1) = -3.1^2 + 6.1 + 9 = 12(m/s)$.

Chọn C.

Câu 27 (TH): Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log(x^2 + 2x + 3) \le \log 6$

A. 5. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 4.

Phương pháp:

Giải bất phương trình

Lời giải:

Ta có: $\log(x^2 + 2x + 3) \le \log 6$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 \le 6$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \le 0$$
$$\Leftrightarrow -3 \le x \le 1$$

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}$

Vậy tổng các nghiệm bằng -5

Chọn B.

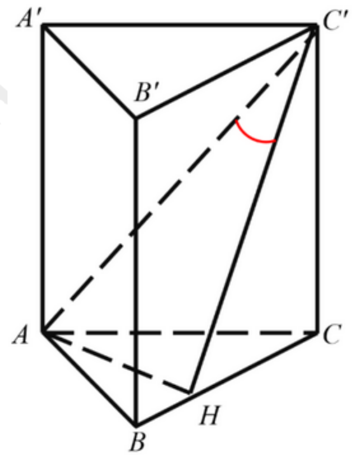
Câu 28 (TH): Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC vuông tại A, $AB = a\sqrt{3}$, AC = AA' = a. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (BCC'B') bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Phương pháp:

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu vuông góc của đường thẳng trên mặt phẳng.

Lời giải:



Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$, từ đó $(AC';(BCC'B')) = AC'H$.

Xét ΔABC vuông tại $A: \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Xét $\Delta AA'C'$ vuông tại C': $AC' = \sqrt{AA'^2 + AC'^2} = a\sqrt{2}$.

Xét $\Delta AHC'$ vuông tại C': $\sin AC'H = \frac{AH}{AC'} = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Chọn D.

Câu 29 (VD): Một lớp có 60 sinh viên trong đó 40 sinh viên học tiếng Anh, 30 sinh viên học tiếng Pháp và 20 sinh viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên. Tính xác suất của các biến cố sinh viên được chọn không học tiếng Anh và tiếng Pháp.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Phương pháp:

Tính biến cố đối.

Lời giải:

Gọi A : "Sinh viên được chọn học tiếng Anh";

B : "Sinh viên được chọn chỉ học tiếng Pháp";

D : "Sinh viên được chọn không học tiếng Anh và tiếng Pháp ".

Ta có:

Rõ ràng $P(A) = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ và $P(A \cap B) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$.

Từ đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

và $P(D) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

Chọn C.

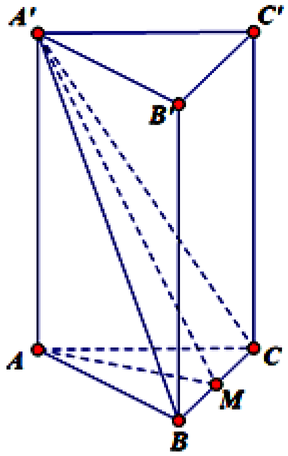
Câu 30 (VD): Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc bằng 60°. Thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Phương pháp:

$V = AA'.S_{ABC}$

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của BC, để thấy rằng $A'A \perp BC; AM \perp BC$

$\Rightarrow (A'AM) \perp BC \Rightarrow A'M \perp BC$

Do đó, $A'AM = ((A'BC);(ABC)) = 60^o$.

Dễ thấy $A'A = AM.\tan 60^o = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.

Do đó, thể tích đa diện là $V = AA'.S_{ABC} = \frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn B.

Câu 31 (TH): Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ có đồ thị (C). Tìm hoành độ tiếp điểm của đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng -1.

A. $x = 1$ **B.** $x = 1; x = \frac{1}{3}$ **C.** $x = -1; x = -\frac{1}{3}$ **D.** $x = \frac{1}{3}$

Phương pháp:

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là $k = f'(x_0)$.

Lời giải:

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = x_0$ là $f'(x) = 3x_0^2 - 4x_0 = -1$.

$\Leftrightarrow x_0 = 1$ hoặc $x_0 = \frac{1}{3}$.

Chọn B.

Câu 32 (TH): Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là?

A. $\left[\frac{2}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{2}{3}\right]$. **C.** $\left[\frac{-2}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{2}{5}\right]$.

Phương pháp:

Đưa về cùng cơ số.

$a^x \le a^y \Leftrightarrow x \ge y$ khi $0 < a < 1$.

Lời giải:

Ta có

$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$

$\Leftrightarrow 4x \ge x - 2 \Leftrightarrow 3x \ge -2 \Leftrightarrow x \ge \frac{-2}{3}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left[\frac{-2}{3};+\infty\right)$.

Chọn C.

Câu 33 (VD): Trong một bài thi đánh giá tư duy gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, trong đó có 5 câu hỏi lĩnh vực tự nhiên và 5 câu hỏi lĩnh vực xã hội. Mỗi câu hỏi có bốn phương án trả lời và chỉ có một phương án đúng. Một học sinh đã trả lời đúng các câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên, nhưng ở lĩnh vực xã hội học sinh đó chọn ngẫu nhiên một phương án bất kì. Biết rằng, mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không có điểm, tính xác suất học sinh đó đạt ít nhất 8 điểm?

A. $19,14\%$. **B.** $19,53\%$. **C.** $17,58\%$. **D.** $10,35\%$.

Phương pháp

Chia trường hợp và tính xác suất

Lời giải:

Học sinh trả lời hết tất cả các câu thuộc KHTN là đã được 5 điểm.

Để được ít nhất 8 điểm thì học sinh đó phải trả lời đúng ít nhất 3 câu thuộc KHXH.

TH1: 3 câu đúng, 2 câu sai: $C_5^3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2$

TH2: 4 câu đúng, 1 câu sai: $C_5^4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)$

TH3: 5 câu đúng: $C_5^5\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^5$

Vậy $C_5^3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2+C_5^4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)+C_5^5\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^5\approx 0,1035\approx 10,35\%$

Chọn D.

Câu 34 (VD): Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC vuông tại $B,\ AB=\sqrt{2}a,\ BC=a$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Phương pháp:

Đưa về khoảng cách từ 1 điểm đến một mặt phẳng

Lời giải:

Do ΔABC vuông tại B nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

Do $SA = SB = SC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Trong (ABC) dựng hình bình hành ABCD

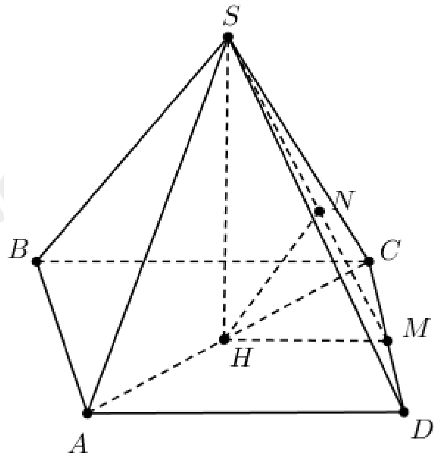
$\Rightarrow d(AB,CD) = d(AB,SCD) = d(A,SCD) = 2d(H,SCD)$

Kẻ $HM \perp CD, HN \perp SM \Rightarrow d(H,SCD) = HN$ $AC = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow HA = HC = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SH = \dfrac{a}{2}$

$HM = \dfrac{1}{2}AD = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{HN^2} = \dfrac{1}{HM^2} + \dfrac{1}{SH^2} \Rightarrow HN = \dfrac{\sqrt{2}}{4}a \Rightarrow d(AB,CD) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$



Chọn D.

Câu 35 (VD): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = 2a, AD = a, \Delta SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi φ là góc phẳng nhị diện $[S,BC,A]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\varphi = 60^\circ$. **B.** $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\varphi = 30^\circ$. **D.** $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Phương pháp:

Xác định góc giữa hai mặt phẳng tạo thành.

Lời giải:

Gọi H,K lần lượt là trung điểm của AD,BC.

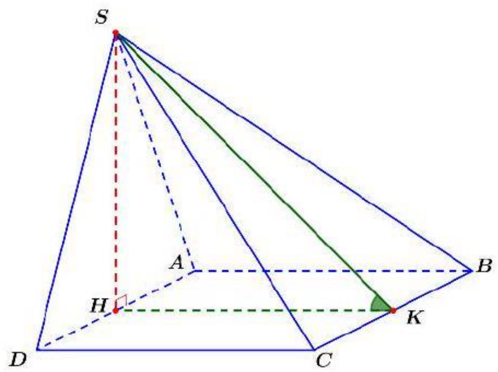
Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $HK \perp BC$.

Khi đó: $\begin{cases} BC \perp HK \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow BC \perp SK$.

Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ HK \perp BC \\ SK \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S,BC,A] = SKH = \varphi$.

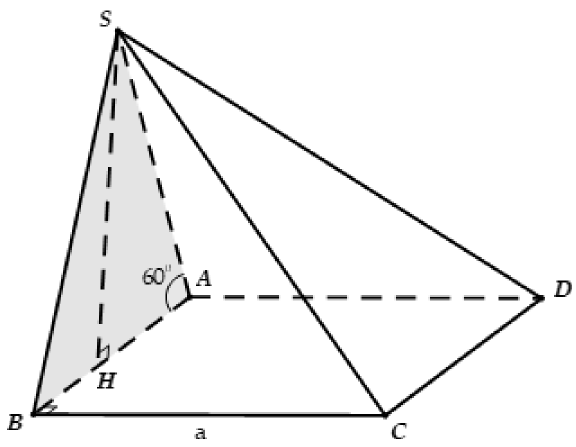
Xét vuông tại H, ta có:

$\tan\varphi = \tan SKH = \dfrac{SH}{HK} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.



Chọn A.

Câu 36 (VD): Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, $SAB = 30^\circ$, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp S.ABCD.



A. $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.   **B.** $V = a^3$.

C. $V = \dfrac{a^3}{9}$.   **D.** $V = \dfrac{a^3}{3}$.

Phương pháp:

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}$

Lời giải:

Dựng $SH \perp AB$, do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có, do ΔSHA vuông tại H : $\sin SAH = \dfrac{SH}{SA} \Leftrightarrow SH = SA.\sin SAH = a$

$S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{a^3}{3}$.

Chọn D.

Câu 37 (TH): Tập nghiệm bất phương trình $4^x - 3.2^x - 4 \ge 0$ là

A. $[2;+\infty)$.   **B.** $[4;+\infty)$.   **C.** $(4;+\infty)$.   **D.** $(2;+\infty)$.

Phương pháp:

Phân tích thành nhân tử và giải bất phương trình

Lời giải:

$4^x - 3.2^x - 4 \ge 0$

$\Leftrightarrow (2^x - 4)(2^x + 1) \ge 0$

$\Leftrightarrow 2^x - 4 \ge 0$

$\Leftrightarrow 2^x \ge 4 \Leftrightarrow x \ge 2$

Chọn A.

Câu 38 (VD): Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn điều kiện $(7^x - 49)(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6) < 0$?

A. 728.   **B.** 726.   **C.** 725.   **D.** 729.

Phương pháp:

Giải bất phương trình $A.B<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}A>0\\B<0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}A<0\\B>0\end{array}\right.\end{array}\right.$.

Lời giải:

Điều kiện: $x>0$

$$\left(7^x-49\right)\left(\log_3^2x-7\log_3x+6\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{c}7^x-49>0\\\log_3^2x-7\log_3x+6<0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{c}7^x-49<0\\\log_3^2x-7\log_3x+6>0\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}7^x>49\\1<\log_3x<6\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}7^x<49\\\left[\begin{array}{l}\log_3x<1\\\log_3x>6\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x>2\\3<x<3^6\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}x<2\\\left[\begin{array}{l}0<x<3\\x>3^6\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<x<2\\3<x<3^6\end{array}\right.$$

Mà $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\left\{1;4;5;\ldots;728\right\}$

Vậy có 726 số thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 39 (VDC): Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và 0,6 (với $x>y$). Biết xác suất ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi ban là 0,336. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C)=0,452$ **B.** $P(C)=0,435$ **C.** $P(C)=0,4525$ **D.** $P(C)=0,4245$

Phương pháp:

Đây là bài toán ngược :

Phương pháp : xây dựng được phương trình từ đó giải xác suât ban đầu

Sử dụng tính chất nhân xác suất khi $A_1,A_2....A_n$ là các biến cố độc lập nhau ta có công thức nhân xác suất :

$P\left(A_1\cap A_2....\cap A_n\right)=P(A_1).P\left(A_2\right)...P\left(A_n\right)$

Lời giải:

Gọi A_i là biến cố "người thứ i ghi bàn" với $i=1;\,2;\,3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P\left(A_1\right)=x,P\left(A_2\right)=y,P\left(A_3\right)=0,6$.

Gọi A là biến cố: " Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn"

B: “ Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”

C: “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”

Ít nhất 1 trong 3 cầu thử ghi bàn : lấy tổng số trường hợp trừ đi trường hợp tất cả đều không ghi bàn :

Ta có: số TH tất cả các cầu thủ không ghi bàn :

$\overline{A}=\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right).P\left(\overline{A_3}\right)=0,4(1-x)(1-y)$

Nên Ít nhất 1 trong 3 cầu thủ ghi bàn là : $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-0,4(1-x)(1-y)=0,976$

$\Leftrightarrow(1-x)(1-y)=\frac{3}{50}\Leftrightarrow xy-x-y=-\frac{47}{50}$ (1).

Tương tự: cả 3 cầu thủ ghi bàn : $B=A_1.A_2.A_3$, suy ra:

$P(B)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)=0,6xy=0,336$ hay là $xy=\frac{14}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases}xy=\frac{14}{25}\\ x+y=\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{3}{2}-x\\ x^2-\frac{3}{2}x+\frac{14}{25}=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=0,8\\ y=0,7\end{cases}\\ \begin{cases}x=0,7\\ y=0,8\end{cases}\end{array}\right.$

Theo giả thiết ta có $x>y\Rightarrow\begin{cases}x=0,8\\ y=0,7\end{cases}$.

Ta có: TH có đúng 2 cầu thủ ghi bàn : $C=\overline{A_1}A_2A_3+A_1\overline{A_2}A_3+A_1A_2\overline{A_3}$

Nên $P(C)=(1-x)y.0,6+x(1-y).0,6+xy.0,4=0,452$.

Chọn A.

Câu 40 (VDC): Cho đa thức $P(x)$ bậc 3 và có 3 nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3. Tính

$\frac{1}{P'(x_1)}+\frac{1}{P'(x_2)}+\frac{1}{P'(x_3)}$

A. 1 **B.** -1 **C.** 0 **D.** Không xác định

Phương pháp:

+) Do $P(x)$ bậc 3 và có 3 nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3 nên $P(x)$ được biểu diễn dưới dạng

$P(x)=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\ (a\neq 0)$.

+) Tính $P'(x)$, từ đó tính $P'(x_1);P'(x_2);P'(x_3)$.

+) Thay vào biểu thức $\frac{1}{P'(x_1)}+\frac{1}{P'(x_2)}+\frac{1}{P'(x_3)}$. Quy đồng và rút gọn.

Lời giải:

Do $P(x)$ bậc 3 và có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 nên $P(x)$ được biểu diễn dưới dạng

$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)\,(a \ne 0)$.

Ta có: $P'(x) = a(x - x_2)(x - x_3) + a(x - x_1)(x - x_3) + a(x - x_1)(x - x_2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(x_1) = a(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \\ P(x_2) = a(x_2 - x_1)(x_2 - x_3) \\ P(x_3) = a(x_3 - x_1)(x_3 - x_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{P'(x_1)} + \frac{1}{P'(x_2)} + \frac{1}{P'(x_3)}$$

$$= \frac{1}{a(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + \frac{1}{a(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \frac{1}{a(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

$$= \frac{-x_2 + x_3 - x_3 + x_1 - x_1 + x_2}{a(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)} = 0$$

Chọn C.