

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II – Đề số 3

Môn: Toán - Lớp 8

Bộ sách Kết nối tri thức

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



Mục tiêu

- Ôn tập các kiến thức về Phân thức đại số, Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác, Định lí Pythagore của chương trình sách giáo khoa Toán 8 – Kết nối tri thức.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức về Phân thức đại số, Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác, Định lí Pythagore – chương trình Toán 8.

Phần trắc nghiệm (2 điểm)

Câu 1: Phân thức đối của phân thức $\frac{3}{x+1}$ là:

A. $-\frac{3}{x+1}$.

B. $\frac{x+1}{3}$.

C. $\frac{-3}{x-1}$.

D. $\frac{-3}{-x+1}$.

Câu 2: Biểu thức $A = \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x+1}$ xác định khi:

A. $x \neq -3, x \neq -1$.

B. $x \neq -3, x \neq 1$.

C. $x \neq 3, x \neq -1$.

D. $x \neq 3, x \neq 1$.

Câu 3: Rút gọn phân thức $\frac{3xy+3}{9y+3}$ ta được:

A. $\frac{x}{3}$.

- B. $\frac{x+1}{4}$.
- C. $\frac{xy+1}{3y+1}$.
- D. $\frac{xy+1}{9y+1}$.

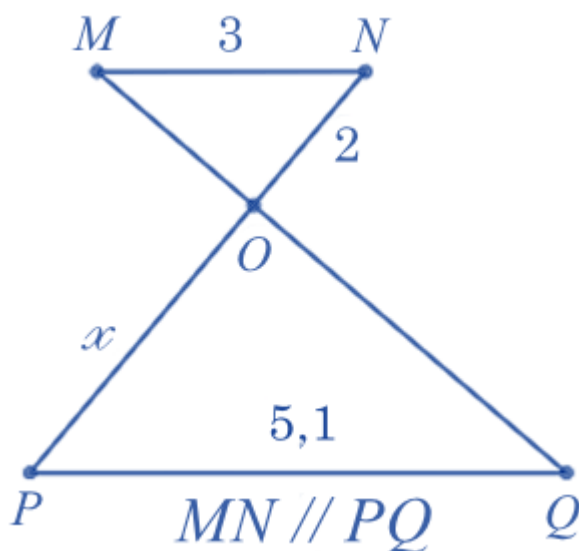
Câu 4: Giá trị của x để phân thức $\frac{5x-2}{x^2+2x+1} = 0$ là:

- A. $x = 0$.
- B. $x = \frac{2}{5}$.
- C. $x = \frac{5}{2}$.
- D. $x = -1$.

Câu 5: Kết quả phép tính $\left(\frac{-20x}{3y^2}\right) : \left(-\frac{4x^3}{5y}\right)$ là

- A. $\frac{25}{3x^2y}$.
- B. $\frac{25y}{3x^2}$.
- C. $\frac{16x^3}{3y^3}$.
- D. $\frac{16}{3x^2y}$.

Câu 6: Cho hình vẽ sau, biết $MN \parallel PQ$, số đo cạnh OP là:



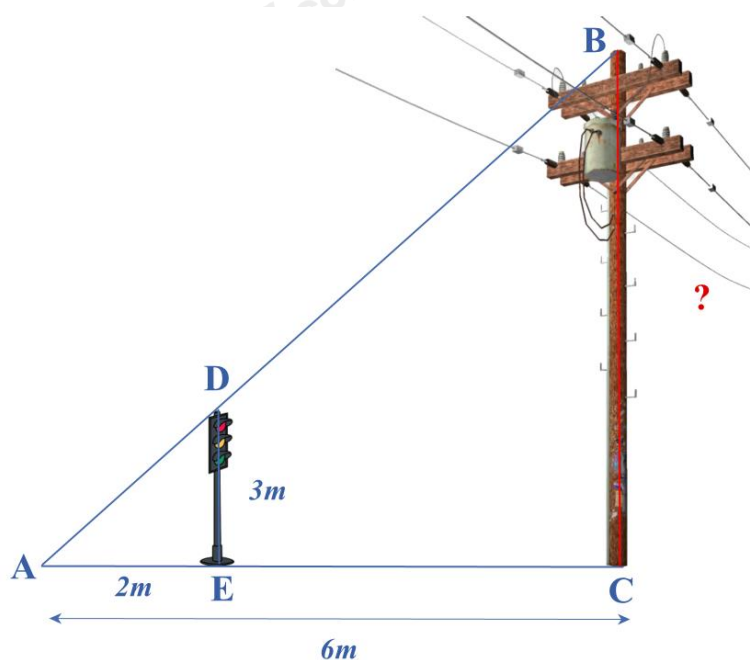
- A. $x = 3,3$.

- B. $x = 3, 4$.
- C. $x = 3, 5$.
- D. $x = 3, 6$.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A, tính cạnh BC nếu biết $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4}$ và $AB + AC = 14\text{cm}$

- A. 5cm.
- B. 6cm.
- C. 8cm.
- D. 10cm.

Câu 8: Bóng của một cột điện trên mặt đất dài 6m. Cùng lúc đó, một cột đèn giao thông cao 3m có bóng dài 2m. Tính chiều cao của cột điện.



- A. $BC = 4\text{m}$.
- B. $BC = 6\text{m}$.
- C. $BC = 9\text{m}$.
- D. $BC = 12\text{m}$.

Phần tự luận (8 điểm)

Bài 1. (2 điểm) Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) : \frac{2}{x+2}$

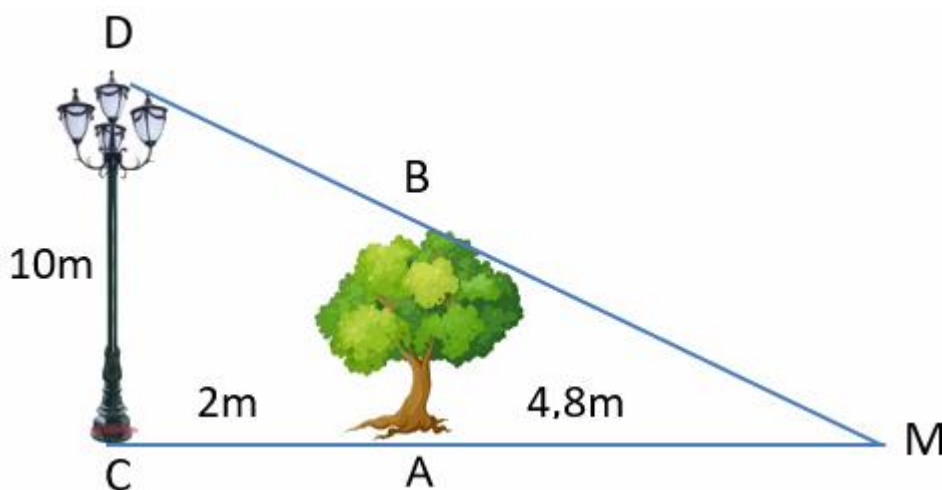
- a) Tìm điều kiện xác định của M.
- b) Rút gọn M.
- c) Tìm x để $M = 1$.

.....

Bài 2. (1,5 điểm) Tùng đạp xe từ nhà tới cầu lạc bộ bóng đá dài 5km với tốc độ x (km/h). Lướt về thuận chiều gió nên vận tốc nhanh hơn lướt đi 3km/h.

- Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian cả hai lượt đi và về. (kí hiệu là T)
- Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian lướt đi đối với lướt về. (kí hiệu là t)
- Tính T và t với $x = 12$.

Bài 3. (1 điểm) Một cột đèn cao 10m chiếu sáng một cây xanh như hình dưới. Cây cách cột đèn 2m và có bóng trải dài dưới mặt đất là 4,8m. Tìm chiều cao của cây xanh đó (làm tròn đến mét)



Bài 4. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Gọi I là trung điểm của AB . Kẻ IN vuông góc với BC tại N (N thuộc BC).

- Chứng minh $\triangle ACB \sim \triangle INB$. Từ đó suy ra $BA \cdot BI = BC \cdot BN$.
- Giả sử $AC = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Tính BN .
- Chứng minh $IAN = ICN$.
- Chứng minh $AC^2 = NC^2 - NB^2$.

Bài 5. (0,5 điểm) Chứng minh rằng nếu a, b, c khác nhau đôi một thì:

$$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}.$$

----- Hết -----



Phần trắc nghiệm

Câu 1: A	Câu 2: A	Câu 3: C	Câu 4: B
Câu 5: A	Câu 6: B	Câu 7: D	Câu 8: C

Câu 1: Phân thức đối của phân thức $\frac{3}{x+1}$ là:

A. $-\frac{3}{x+1}$.

B. $\frac{x+1}{3}$.

C. $\frac{-3}{x-1}$.

D. $\frac{-3}{-x+1}$.

Phương pháp

Phân thức đối của phân thức $\frac{A}{B}$ là $-\frac{A}{B}$.

Lời giải

Phân thức đối của phân thức $\frac{3}{x+1}$ là $-\frac{3}{x+1}$.

Đáp án A.

Câu 2: Biểu thức $A = \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x+1}$ xác định khi:

A. $x \neq -3, x \neq -1$.

B. $x \neq -3, x \neq 1$.

C. $x \neq 3, x \neq -1$.

D. $x \neq 3, x \neq 1$.

Phương pháp

Để phân thức xác định thì mẫu thức khác 0.

Lời giải

Phân thức $\frac{2}{x+3}$ xác định khi $x+3 \neq 0$ hay $x \neq -3$.

Phân thức $\frac{3}{x+1}$ xác định khi $x+1 \neq 0$ hay $x \neq -1$.

\Rightarrow Biểu thức A xác định khi $x \neq -3, x \neq -1$.

Đáp án A.

Câu 3: Rút gọn phân thức $\frac{3xy+3}{9y+3}$ ta được:

A. $\frac{x}{3}$.

B. $\frac{x+1}{4}$.

C. $\frac{xy+1}{3y+1}$.

D. $\frac{xy+1}{9y+1}$.

Phương pháp

Thực hiện rút gọn phân thức theo 2 bước:

+ *Bước 1:* Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần).

+ *Bước 2:* Tìm nhân tử chung của tử và mẫu rồi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó.

Lời giải

Ta có: $\frac{3xy+3}{9y+3} = \frac{3(xy+1)}{3(3y+1)} = \frac{xy+1}{3y+1}$.

Đáp án C.

Câu 4: Giá trị của x để phân thức $\frac{5x-2}{x^2+2x+1} = 0$ là:

A. $x = 0$.

B. $x = \frac{2}{5}$.

C. $x = \frac{5}{2}$.

D. $x = -1$.

Phương pháp

Biến đổi phân thức để tìm x.

Lời giải

Để phân thức $\frac{5x-2}{x^2+2x+1}$ xác định thì $x^2+2x+1 = (x+1)^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

Ta có:

$$\frac{5x-2}{x^2+2x+1} = 0$$

$$5x-2 = 0$$

$$x = \frac{2}{5} (TM)$$

Đáp án B.

Câu 5: Kết quả phép tính $\left(\frac{-20x}{3y^2}\right) : \left(\frac{-4x^3}{5y}\right)$ là

- A. $\frac{25}{3x^2y}$.
- B. $\frac{25y}{3x^2}$.
- C. $\frac{16x^3}{3y^3}$.
- D. $\frac{16}{3x^2y}$.

Phương pháp

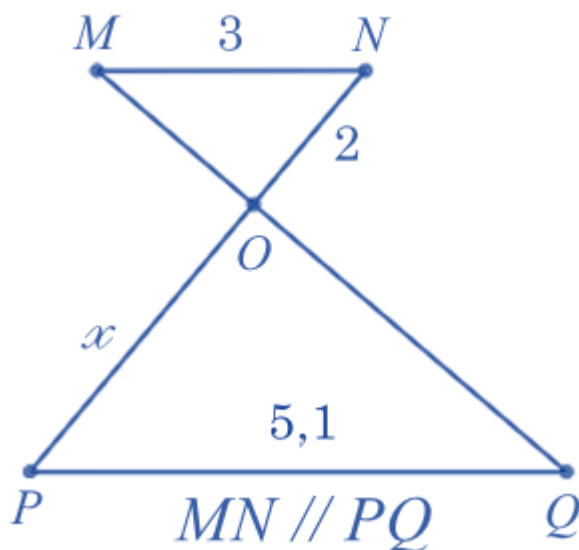
Sử dụng quy tắc chia hai phân thức.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{-20x}{3y^2}\right) : \left(-\frac{4x^3}{5y}\right) = \frac{-4.5x}{3y^2} \cdot \frac{-5y}{4x^3} = \frac{25}{3x^2y}$.

Đáp án A.

Câu 6: Cho hình vẽ sau, biết $MN \parallel PQ$, số đo cạnh OP là:



- A. $x = 3,3$.
- B. $x = 3,4$.
- C. $x = 3,5$.
- D. $x = 3,6$.

Phương pháp

Dựa vào định lí hai tam giác đồng dạng.

Lời giải

Ta có: $MN \parallel PQ$ nên $\triangle OMN \sim \triangle OPQ$ (định lí hai tam giác đồng dạng)

$\Rightarrow \frac{ON}{OP} = \frac{MN}{PQ} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{5,1} \Rightarrow x = 2 : \frac{3}{5,1} = 3,4$.

Đáp án B.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A, tính cạnh BC nếu biết $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4}$ và $AB + AC = 14cm$

- A. 5cm.
- B. 6cm.
- C. 8cm.
- D. 10cm.

Phương pháp

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để tính AB, AC.

Áp dụng định lí Pythagore để tính BC.

Lời giải

Ta có:

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} = \frac{AB+AC}{3+4} = \frac{14}{7} = 2$$

$$\Rightarrow AB = 2 \cdot 3 = 6(\text{cm}); AC = 2 \cdot 4 = 8(\text{cm}).$$

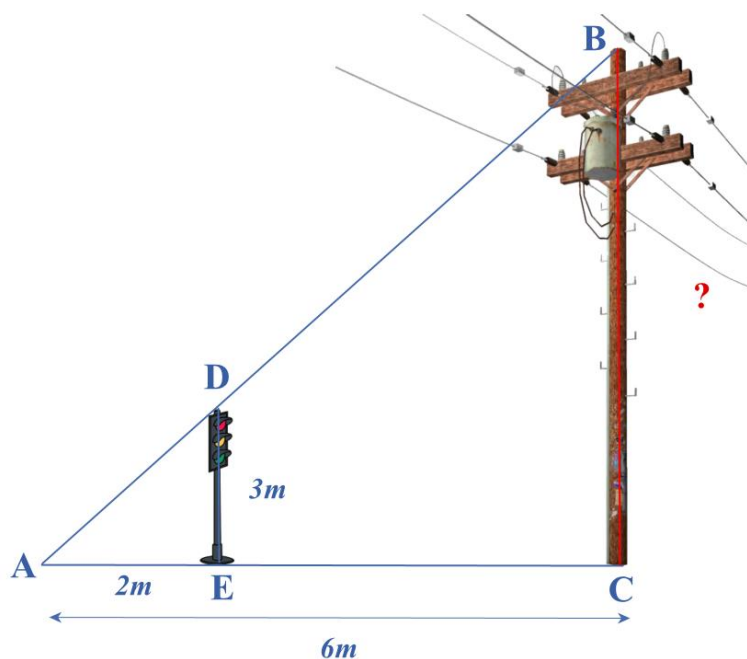
Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\Rightarrow BC = 10\text{cm}.$$

Đáp án D.

Câu 8: Bóng của một cột điện trên mặt đất dài 6m. Cùng lúc đó, một cột đèn giao thông cao 3m có bóng dài 2m. Tính chiều cao của cột điện.



- A. $BC = 4m$.
- B. $BC = 6m$.
- C. $BC = 9m$.
- D. $BC = 12m$.

Phương pháp

Sử dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông.

Lời giải

Vì cột đèn giao thông và cột điện vuông góc với mặt đất nên $E = C = 90^\circ$.

Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ABC$ có:

$$E = C (= 90^\circ)$$

A chung

$$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{BC}{6} \Rightarrow BC = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9(m).$$

Đáp án C.

Phần tự luận.

Bài 1. (2 điểm) Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) : \frac{2}{x+2}$

- Tìm điều kiện xác định của M.
- Rút gọn M.
- Tìm x để $M = 1$.

Phương pháp

- Tìm điều kiện cho từng phân thức trong M.
- Sử dụng các phép tính để rút gọn M
- Thay $M = 1$ để tìm x.

Lời giải

a) Để M xác định thì:

$$\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \text{ hay } x \neq \pm 2$$

Vậy điều kiện xác định của M là $x \neq \pm 2$.

b) Ta có: $M = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) : \frac{2}{x+2}$

$$M = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{2}$$

$$M = \frac{1}{x-2} \cdot \frac{x+2}{2} - \frac{1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{2}$$

$$M = \frac{x+2}{2(x-2)} - \frac{1}{2}$$

$$M = \frac{x+2-(x-2)}{2(x-2)}$$

$$M = \frac{x+2-x+2}{2(x-2)}$$

$$M = \frac{4}{2(x-2)}$$

$$M = \frac{2}{x-2}$$

$$\text{Vậy } M = \frac{2}{x-2}.$$

c) Thay $M = 1$, ta được:

$$\frac{2}{x-2} = 1$$

$$x-2 = 2$$

$$x = 4$$

Vậy $x = 4$ thì $M = 1$.

Bài 2. (1,5 điểm) Tùng đạp xe từ nhà tới cầu lạc bộ bóng đá dài 5km với tốc độ x (km/h). Lượt về thuận chiều gió nên vận tốc nhanh hơn lượt đi 3km/h.

a) Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian cả hai lượt đi và về. (kí hiệu là T)

b) Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian lượt đi đối với lượt về. (kí hiệu là t)

c) Tính T và t với $x = 12$.

Phương pháp

Viết phân thức biểu thị thời gian của lượt đi, biểu thức biểu thị thời gian lượt về theo công thức: $t = \frac{S}{v}$.

a,b) Từ hai phân thức trên biết biểu thức biểu thị tổng và hiệu.

c) Thay $x = 12$ vào T và t để tính.

Lời giải

Phân thức biểu thị thời gian của lượt đi là: $\frac{5}{x}$ (giờ)

Phân thức biểu thị thời gian của lượt về là: $\frac{5}{x+3}$ (giờ)

a) Biểu thức biểu thị tổng thời gian cả hai lượt đi và về là: $T = \frac{5}{x} + \frac{5}{x+3}$ (giờ)

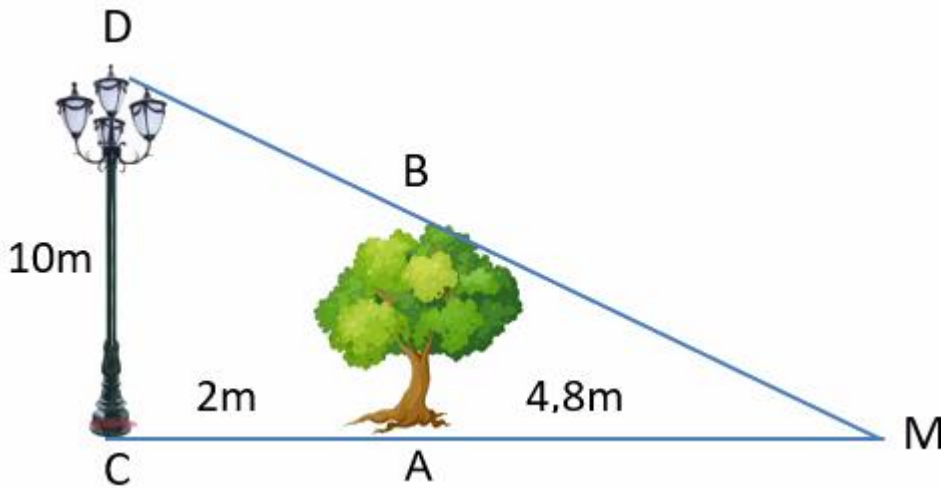
b) Biểu thức biểu thị hiệu thời gian lượt đi đối với lượt về là: $t = \frac{5}{x} - \frac{5}{x+3}$ (giờ)

c) Thay $x = 12$ vào biểu thức T và t , ta được:

$$T = \frac{5}{12} + \frac{5}{12+3} = \frac{5}{12} + \frac{5}{15} = \frac{3}{4} \text{ (giờ)}$$

$$t = \frac{5}{12} - \frac{5}{12+3} = \frac{5}{12} - \frac{5}{15} = \frac{1}{12} \text{ (giờ)}$$

Bài 3. (1 điểm) Một cột đèn cao 10m chiếu sáng một cây xanh như hình dưới. Cây cách cột đèn 2m và có bóng trải dài dưới mặt đất là 4,8m. Tìm chiều cao của cây xanh đó (làm tròn đến mét)



Phương pháp

Áp dụng Định lí hai tam giác đồng dạng để chứng minh $\Delta ABM \sim \Delta CDM$.

Từ đó suy ra tỉ số các cặp cạnh tương ứng để tính chiều cao của cây xanh.

Lời giải

Vì cột đèn và cây xanh đều vuông góc với mặt đất nên ta có $A = C = 90^\circ$

$$\Rightarrow AB \parallel CD$$

$\Rightarrow \Delta ABM \sim \Delta CDM$ (Định lí hai tam giác đồng dạng)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{CD}{CM}$$

$$\frac{AB}{4,8} = \frac{10}{2+4,8} = \frac{10}{6,8}$$

$$\Rightarrow AB = 4,8 \cdot \frac{10}{6,8} \approx 7(m)$$

Vậy chiều cao của cây xanh đó là khoảng 7m.

Bài 4. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Gọi I là trung điểm của AB. Kẻ IN vuông góc với BC tại N (N thuộc BC).

a) Chứng minh $\Delta ACB \sim \Delta NIB$. Từ đó suy ra $BA \cdot BI = BC \cdot BN$.

b) Giả sử $AC = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Tính BN.

c) Chứng minh $IAN = ICN$.

d) Chứng minh $AC^2 = NC^2 - NB^2$.

Phương pháp

a) Chứng minh $\Delta ACB \sim \Delta NIB$ (g.g) suy ra tỉ số bằng nhau của các cặp cạnh tương ứng.

b) Dựa vào định lí Pythagore để tính AB. Sử dụng tỉ số bằng nhau của phần a để tính BN.

c) Chứng minh $\Delta ABN \sim \Delta CBI$ (c.g.c) để chứng minh $IAN = ICN$.

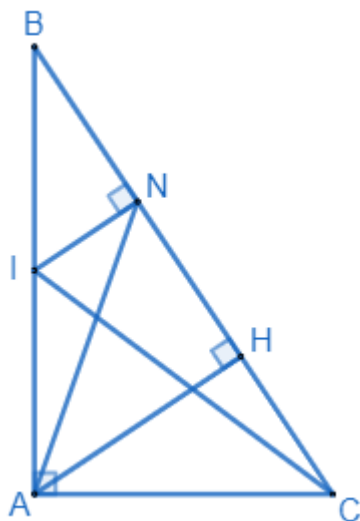
d) Kẻ $AH \perp BC$ tại H. Chứng minh $AC^2 = CH \cdot CB$.

Chứng minh $BN = NH$.

Sử dụng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương để chứng minh $AC^2 = CH.CB = NC^2 - NB^2$.

Chú ý: Độ dài các cạnh chỉ sử dụng cho ý b nên không được tính độ dài cạnh để chứng minh.

Lời giải



a) Xét $\triangle ACB$ và $\triangle NIB$ có:

B chung

$$\widehat{A} = \widehat{N} (= 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle NIB \text{ (g.g) (đpcm)}$$

$$\Rightarrow \frac{BA}{BN} = \frac{BC}{BI}$$

$$\Rightarrow BA \cdot BI = BC \cdot BN \text{ (đpcm)}$$

b) Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\Rightarrow AB = 8 \text{ (cm)}$$

I là trung điểm của AB nên $AI = IB = \frac{1}{2} AB = 4 \text{ cm}$

Ta có: $BA \cdot BI = BC \cdot BN$

$$8 \cdot 4 = 10 \cdot BN$$

$$\Rightarrow BN = \frac{8 \cdot 4}{10} = 3,2 \text{ (cm)}$$

c) Xét $\triangle ABN$ và $\triangle CBI$ có:

$$\frac{BA}{BN} = \frac{BC}{BI} \text{ (cmt)}$$

B chung

$$\Rightarrow \triangle ABN \sim \triangle CBI \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{IAN} = \widehat{ICN} \text{ (đpcm)}$$

d) Kẻ $AH \perp BC$ tại H .

Xét $\triangle AHC$ và $\triangle BAC$ có:

$$\widehat{A} = \widehat{H} (= 90^\circ)$$

C chung

$$\Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta BAC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CH} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC^2 = CH.BC.$$

Vì $IN \perp BC; AH \perp BC \Rightarrow IN // AH$

Xét tam giác ABH có $IN // AH$, I là trung điểm của AB nên IN là đường trung bình của tam giác ABH.

$\Rightarrow N$ là trung điểm của BH $\Rightarrow BN = NH$.

Ta có: $CH.CB = (CN - NH)(CN + BN) = (CN - BN)(CN + BN) = CN^2 - BN^2$

$$\Rightarrow AC^2 = CN^2 - BN^2 \text{ (đpcm)}$$

Bài 5. (0,5 điểm) Chứng minh rằng nếu a, b, c khác nhau đôi một thì:

$$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}.$$

Phương pháp

Áp dụng đẳng thức $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$

Lời giải

$$\text{Xét phân thức } \frac{b-c}{(a-b)(a-c)} = \frac{a-c-a+b}{(a-b)(a-c)} = \frac{a-c}{(a-b)(a-c)} - \frac{a-b}{(a-b)(a-c)} = \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a-c}.$$

$$\text{Tương tự ta có: } \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} = \frac{1}{b-c} - \frac{1}{b-a}$$

$$\frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{1}{c-a} - \frac{1}{c-b}$$

$$\Rightarrow \frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c} - \frac{1}{b-a} + \frac{1}{c-a} - \frac{1}{c-b}$$

$$= \frac{1}{a-b} + \frac{1}{c-a} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{a-b} + \frac{1}{c-a} + \frac{1}{b-c}$$

$$= \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a} \text{ (đpcm)}.$$